

त्रुटियाँ एवं मापन

Errors and Measurement

1. यदि एक घन के द्रव्यमान के मापन में 3% की त्रुटि तथा प्रत्येक भुजा के मापन में 2% की त्रुटि हो, तो घनत्व के मापन में अधिकतम प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए। (UPBTE 2000, 04)

हल घन के घनत्व के सूत्र, $D = \frac{M}{L^3}$ से,

घनत्व के मापन में अधिकतम प्रतिशत त्रुटि,

$$\begin{aligned}\frac{\Delta D}{D} \times 100 &= \frac{\Delta M}{M} \times 100 + 3 \frac{\Delta L}{L} \times 100 \\ &= 3\% + 3 \times 2\% \\ &= 3\% + 6\% = 9\%\end{aligned}$$

2. एक धातु का घनत्व $8.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ है। एक प्रयोग के फलस्वरूप घनत्व का मान $8.7 \times 10^3 \text{ kg / m}^3$ है। इसमें प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए।

हल प्रतिशत त्रुटि = $\frac{\text{प्रमाणिक मान} - \text{प्रायोगिक मान}}{\text{प्रमाणिक मान}} \times 100$

$$\begin{aligned}&= \frac{8.4 \times 10^3 - 8.7 \times 10^3}{8.4 \times 10^3} \times 100 \\ &= \frac{0.3 \times 10^3 \times 100}{8.4 \times 10^3} = 3.57\%\end{aligned}$$

3. सरल लोलक द्वारा 'g' के मापन में लम्बाई को 4% की शुद्धता तक और दोलनकाल को 3% की शुद्धता तक नापा जाता है। 'g' के मान में कितने प्रतिशत त्रुटि होगी?

हम जानते हैं कि सरल लोलक के लिए,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ या } g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

$$\begin{aligned}g \text{ के मान में प्रतिशत त्रुटि} &= \frac{\Delta g}{g} \times 100 = \frac{\Delta l}{l} \times 100 + \frac{2\Delta T}{T} \times 100 \\ &= 4\% + 2 \times 3\% = 4\% + 6\% = 10\%\end{aligned}$$

4. एक ठोस घन की भुजा की लम्बाई के मापन में 3% व द्रव्यमान में 4% की त्रुटि है। घनत्व के मापन में अधिकतम कितनी त्रुटि होगी? (UPBTE 2004)

हम जानते हैं कि घन का आयतन, $V = \text{भुजा}^3$ अथवा $V = l^3$ तथा घनत्व, $\rho = \frac{m}{V}$

$$\rho = \frac{m}{l^3} \quad \therefore \quad \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta l}{l}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} \times 100 = \left(\frac{\Delta m}{m} \times 100 \right) + 3 \left(\frac{\Delta l}{l} \times 100 \right)$$

$$= (4 + 3 \times 3)\% = 13\%$$

- Q 15.** किसी आयताकार गुटके की लम्बाई तथा चौड़ाई **25.2** सेमी तथा **16.8** सेमी मापी गयी। इसके क्षेत्रफल के परिकलन में अधिकतम सम्भावित प्रतिशत त्रुटि क्या होगी?

हल ∵ क्षेत्रफल, $A = l \times b$ (जहाँ, l = लम्बाई; b = चौड़ाई)

$$\left| \frac{\Delta A}{A} \right|_{\max} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b}$$

अथवा

$$\left| \frac{\Delta A}{A} \right|_{\max} \times 100 = \left(\frac{\Delta l}{l} \right) \times 100 + \left(\frac{\Delta b}{b} \right) \times 100$$

$$= \left(\frac{0.1}{25.2} \times 100 \right) + \left(\frac{0.1}{16.8} \times 100 \right)$$

$$= 0.4\% + 0.6\% = 1.0\%$$

- Q 16.** **1.06 m** व्यास वाले वृत्त के क्षेत्रफल की सार्थक अंकों में गणना कीजिए।

हल

वृत्त का क्षेत्रफल, $A = \left(\frac{\pi d^2}{4} \right)$

$$A = 3.14 \times \frac{1.06 \times 1.06}{4}$$

$$A = 3.14 \times 0.53 \times 0.53$$

$$A = 0.882026 \text{ मी}^2$$

$$A = 0.88 \text{ मी}^2$$

- Q 17.** त्रुटि से क्या तात्पर्य है?

उत्तर किसी भी भौतिक राशि की माप पूर्णतया शुद्ध नहीं होती है। माप में इस अनिश्चितता को ही त्रुटि कहते हैं।

- Q 18.** परम त्रुटि किसे कहते हैं?

उत्तर किसी भौतिक राशि के मापन में परम त्रुटि, उस भौतिक राशि के वास्तविक मान तथा मापे गए मान का अन्तर होती है।

- Q 19.** सार्थक अंक किसे कहते हैं?

उत्तर किसी राशि की माप में यथार्थतापूर्वक ज्ञात अंकों को तथा पहले संदिग्ध अंक को सार्थक अंक कहते हैं।

- प्रश्न 10.** सार्थक अंक पहचानने के कोई दो नियम लिखिए।

उत्तर (i) सभी अशून्य अंक सार्थक अंक हैं।

(ii) दो अशून्य अंकों के बीच आने वाले सभी शून्य अंक भी सार्थक अंक हैं चाहे दशमलव बिन्दु कहीं भी लगा हो।

- प्रश्न 11.** अनियमित त्रुटि किसे कहते हैं?

उत्तर अनियमित त्रुटियाँ वे हैं जिनके बारे में मापन प्रक्रिया के दौरान, कोई भविष्यवाणी नहीं की जा सकती है तथा ये त्रुटियाँ अनियमित रूप से कभी भी घटित हो सकती हैं।

- प्रश्न 12.** राशियों के जोड़ में अधिकतम त्रुटि कितनी होती है?

उत्तर $\pm \Delta x = \pm (\Delta a + \Delta b)$

- प्रश्न 13.** यदि किसी प्रयोग में विभिन्न मापों में सार्थक अंकों की संख्या भिन्न-भिन्न हो, तो किस राशि को अधिक शुद्धता से मापना चाहिए तथा क्यों?

उत्तर जिस राशि में सार्थक अंकों की संख्या सबसे कम हो उसको अधिक शुद्धता से मापना चाहिए, क्योंकि इसके कारण प्रतिशत त्रुटि सर्वाधिक आती है।

प्रश्न 3. एक सरल लोलक का दोलनकाल $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ है। यदि T की माप में भिन्नात्मक त्रुटि $\pm x$ तथा लम्बाई की माप में $\pm y$ हो, तो g की माप में अधिकतम भिन्नात्मक त्रुटि ज्ञात कीजिए।

The periodic time of a simple pendulum is $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. If fractional error in T and length l are $\pm x$ and $\pm y$ respectively then find the maximum fractional error in the measurement of ' g '.

हल दिया है, $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, $\frac{\Delta T}{T} = \pm x$, $\frac{\Delta l}{l} = \pm y$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

g के मापन में अधिकतम भिन्नात्मक त्रुटि,

$$\begin{aligned}\frac{\Delta g}{g} &= \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T} \\ &= \pm y \pm 2x\end{aligned}$$

प्रश्न 4. एक कैलीपर्स का अल्पतमांक 0.01 cm है। इसका प्रयोग करके एक गुटके की माप $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ ली गई है। आयतन की अधिकतम सम्भावित त्रुटि की गणना कीजिए।
(UPBTE 2009)

The least count of a caliper is 0.01 cm . The measurement of a block which has taken through it is $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Calculate the maximum possible error in volume.

हल गुटके की किसी भी माप की अधिकतम सम्भावित त्रुटि $= 0.01 \text{ cm}$

गुटके का आयतन,

$$V = l \times b \times h = 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 250 \text{ cm}^3$$

यदि गुटके के आयतन की त्रुटि ΔV है, तो

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\begin{aligned}\Delta V &= V \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h} \right) \\ &= 250 \left(\frac{0.01}{10} + \frac{0.01}{5} + \frac{0.01}{5} \right)\end{aligned}$$

\therefore आयतन की अधिकतम सम्भावित त्रुटि, $\Delta V = 1.25 \text{ cm}^3$

5. एक सिलेण्डर की लम्बाई के मापन में 2% की त्रुटि, त्रिज्या के मापन में 1% की त्रुटि तथा द्रव्यमान के मापन में 4% की त्रुटि होती है। उपरोक्त से घनत्व के मापन में सम्भावित प्रतिशत त्रुटि क्या होगी?
In a cylinder the errors in measurement of its length, radius and mass are 2%, 1%, 4% respectively. What will be the possible percentage error in the measurement of its density?

हल यहाँ, $\frac{\Delta l}{l} \times 100 = 2\%$, $\frac{\Delta r}{r} \times 100 = 1\%$ तथा $\frac{\Delta m}{m} \times 100 = 4\%$

चूंकि घनत्व,

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi r^2 l}$$

$$\therefore \text{प्रतिशत त्रुटि}, \frac{\Delta \rho}{\rho} \times 100 = \left(\frac{\Delta m}{m} \times 100 \right) + 2 \left(\frac{\Delta r}{r} \times 100 \right) + \left(\frac{\Delta l}{l} \times 100 \right)$$

$$= 4 + 2 \times 1 + 2 = 8\%$$

नोट जिस भौतिक राशि की घात सबसे अधिक होती है उसे अत्यंत सावधानीपूर्वक नापना चाहिए; क्योंकि परिणाम की प्रतिशत त्रुटि में उस राशि का योगदान सबसे अधिक होता है। इसलिये उपरोक्त उदाहरण में त्रिज्या सबसे अधिक संवेदनशील राशि है।

- उ. ज्ञ 6. एक सरल लोलक द्वारा 'g' का मान ज्ञात करने के प्रयोग में प्रतिशत त्रुटि कैसे ज्ञात करते हैं? (UPBTE 2001)

How can percentage error be determined in the practical of finding the value of 'g' by a simple pendulum?

हल प्रतिशत त्रुटि की गणना निम्न दो प्रकार से की जाती है

(i) अधिकतम सम्भावित प्रतिशत त्रुटि

सरल लोलक के सूत्र, $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$ से,

g के मान में अधिकतम सम्भावित त्रुटि,

$$\left| \frac{\Delta g}{g} \right|_{\max} \times 100 = \frac{\Delta l}{l} \times 100 + \frac{2\Delta T}{T} \times 100$$

यहाँ, l = लोलक की प्रभावकारी लम्बाई,

Δl = लम्बाई मापक यंत्र का अल्पतमांक

T = एक दोलन का समय,

ΔT = घड़ी का अल्पतमांक

माना $l = 100.0$ सेमी

तो

$\Delta T = 0.1$ सेकण्ड

\therefore

$$\left| \frac{\Delta g}{g} \right|_{\max} \times 100 = \frac{0.1}{100.0} \times 100 + 2 \times \frac{0.1}{2.1} \times 100$$

$$= 0.1\% + 9.5\% = 9.6\%$$

इसमें त्रुटि लम्बाई के मापन के कारण तथा दोलनकाल के मापन के कारण है। स्पष्ट है कि अधिकतम त्रुटि समय के मापन के कारण है। अतः समय सावधानी से तथा यथा सम्भव सुग्राही यंत्र से नापना चाहिए।

(ii) प्रयोग द्वारा प्राप्त मापन में प्रतिशत त्रुटि

$$\text{प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि} = \frac{\text{प्रमाणिक मान} - \text{प्रायोगिक मान}}{\text{प्रमाणिक मान}} \times 100$$

उदाहरण के लिये माना कि लखनऊ में 'g' का प्रमाणिक मान 9.80 मीटर/सेकण्ड 2 है तथा प्रयोग द्वारा एक विद्यार्थी इसका मान 10.0 मीटर/सेकण्ड 2 ज्ञात करता है, तब प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि

$$= \frac{9.80 - 10.0}{9.80} \times 100 = 2.04\%$$

7. सरल लोलक के प्रयोग में सरल लोलक के दोलनकाल के लिए ज्ञात किये गये क्रमशः 2.63 सेकण्ड, 2.56 सेकण्ड, 2.42 सेकण्ड, 2.71 सेकण्ड तथा 2.80 सेकण्ड लिए गए। निरपेक्ष त्रुटि, आपेक्षिक त्रुटि तथा प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए।

In an experiment of simple pendulum, periodic time readings are 2.63 sec, 2.56 sec, 2.42 sec, 2.71 sec and 2.80 sec respectively. Find absolute, relative and percentage error.

हल

सरल लोलक का औसत दोलनकाल,

$$T_{\text{माध्य}} = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5)/5 = \frac{(2.63 + 2.56 + 2.42 + 2.71 + 2.80)}{5} \\ = \left(\frac{13.12}{5} \right) \text{ सेकण्ड} = 2.624 \text{ सेकण्ड}$$

चूंकि दोलनकाल की सभी मापें दशमलव के दो स्थान तक हैं। अतः $T_{\text{माध्य}}$ भी दशमलव के दो स्थान तक लेना ही उचित होगा।

∴

मापन में निरपेक्ष त्रुटियाँ,

$$T_{\text{माध्य}} = 2.62 \text{ सेकण्ड}$$

$$\Delta T_1 = T_1 - T_{\text{माध्य}} = 2.63 - 2.62 = 0.01 \text{ सेकण्ड}$$

$$\Delta T_2 = T_2 - T_{\text{माध्य}} = 2.56 - 2.62 = -0.06 \text{ सेकण्ड}$$

$$\Delta T_3 = T_3 - T_{\text{माध्य}} = 2.42 - 2.62 = -0.20 \text{ सेकण्ड}$$

$$\Delta T_4 = T_4 - T_{\text{माध्य}} = 2.71 - 2.62 = 0.09 \text{ सेकण्ड}$$

$$\Delta T_5 = T_5 - T_{\text{माध्य}} = 2.80 - 2.62 = 0.18 \text{ सेकण्ड}$$

माध्य निरपेक्ष त्रुटि,

$$(\Delta T)_{\text{माध्य}} = (|\Delta T_1| + |\Delta T_2| + |\Delta T_3| + |\Delta T_4| + |\Delta T_5|)/5$$

$$= [(0.01 + 0.06 + 0.20 + 0.09 + 0.18)]/5$$

$$= 0.54/5 = 0.11 \text{ सेकण्ड}$$

अतः सरल लोलक के दोलनकाल T का मान $(2.62 + 0.11)$ सेकण्ड तथा $(2.62 - 0.11)$ सेकण्ड अर्थात् 2.73 सेकण्ड व 2.51 सेकण्ड के बीच है।

$$\text{आपेक्षिक त्रुटि } \delta T = \frac{\Delta T_{\text{माध्य}}}{T_{\text{माध्य}}} = \frac{0.11 \text{ सेकण्ड}}{2.62 \text{ सेकण्ड}} = \frac{11}{262}$$

$$\text{प्रतिशत त्रुटि} = \text{आपेक्षिक त्रुटि} \times 100\% = \frac{11}{262} \times 100\% \approx 4\%$$

8. यदि किसी प्रयोग में $P = \frac{a^3 b^2}{cd}$, तो P के मान में अधिकतम अनुमेय (permissible) प्रतिशत त्रुटि क्या होगी, जबकि a, b, c एवं d की मापों में सापेक्ष प्रतिशत त्रुटियाँ क्रमशः 1%, 2%, 3% एवं 4% हैं?

In an experiment $P = \frac{a^3 b^2}{cd}$, then what will be the maximum permissible % error in the value of P . While the percentage errors and 1%, 2%, 3% & 4% respectively with respect to it.

हल

$$\therefore P = \frac{a^3 b^2}{cd} \Rightarrow \left| \frac{\Delta P}{P} \right|_{\max} = 3 \frac{\Delta a}{a} + 2 \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta d}{d}$$

$$\left| \frac{\Delta P}{P} \right|_{\max} \times 100 = \left[3 \left(\frac{\Delta a}{a} \times 100 \right) + 2 \left(\frac{\Delta b}{b} \times 100 \right) + \left(\frac{\Delta c}{c} \times 100 \right) + \left(\frac{\Delta d}{d} \times 100 \right) \right] \% \\ = [3 \times 1 + 2 \times 2 + 3 + 4] \% = 14\%$$

$$\left| \frac{\Delta P}{P} \right|_{\max} \times 100 = 14\%$$

प्रश्न 15. भौतिक मापन में विभिन्न प्रकार की सम्भावित त्रुटियों का वर्णन कीजिए।

(UPBTE 2014)

Explain the different types of possible errors in physical measurement.

उत्तर भौतिक मापन में त्रुटियाँ सामान्यतः सभी भौतिक राशियों की माप के लिए ज्ञात किये गए प्रेक्षणों (observations) में कुछ-न-कुछ अनिश्चितता (uncertainty) अवश्य ही रहती है। इसी अनिश्चितता को त्रुटि कहते हैं। इन्हीं त्रुटियों के कारण प्राप्त मान यथार्थ मान से थोड़ा भिन्न होता है। मापी गई भौतिक राशि को शत-प्रतिशत यथार्थ (exact) नहीं कहा जा सकता है। भौतिक राशि के प्रेक्षित मान (observed value) तथा यथार्थ मान (exact value) का अन्तर ही त्रुटि का मान होता है।

मापन में उत्पन्न होने वाली त्रुटियाँ अग्रलिखित हैं-

1. **क्रमबद्ध त्रुटियाँ Systematic Errors** इस प्रकार की त्रुटियों का कारण ज्ञात होता है। अतः इन त्रुटियों के मान में कमी लायी जा सकती है। ये निम्नलिखित चार प्रकार की होती हैं-
 - (i) **यन्त्रों के कारण त्रुटियाँ Instrumental Errors** ये त्रुटियाँ उपकरण या यन्त्र की संरचना, बनावट अथवा निर्माण के कारण उत्पन्न होती हैं। इन त्रुटियों को यन्त्रों में उच्च गुणवत्ता लाकर दूर किया जा सकता है।
 - (ii) **व्यक्तिगत त्रुटियाँ Personal Errors** ये त्रुटियाँ प्रेक्षण लेने वाले प्रेक्षक की लापरवाही या अनुभवहीनता के कारण उत्पन्न होती हैं; जैसे—उपकरण को सही समंजित न कर पाना, असावधानी से पाठ्यांक लेना इत्यादि।
 - (iii) **पूर्णस्थता की कमी से त्रुटियाँ Errors due to Imperfection** वे त्रुटियाँ जिनके उत्पन्न होने के कारण ज्ञात होते हुए भी जिन्हें दूर नहीं किया जा सकता, पूर्णस्थता की कमी या अपूर्णता के कारण त्रुटियाँ कहलाती हैं।
 - (iv) **बाह्य कारकों के कारण त्रुटियाँ Errors due to External Factors** प्रयोग के प्रेक्षण लिए जाते समय बाह्य कारक; जैसे—वायुमण्डलीय ताप, दाब, आर्द्रता आदि में परिवर्तन होने पर प्रेक्षण में त्रुटियाँ उत्पन्न होंगी। इस प्रकार की त्रुटियों को न्यूनतम करने के लिए तथा बाह्य कारकों के प्रभावों को न्यूनतम करने के लिए तदनुरूप संशोधन करने चाहिए।

2. **यादृच्छिक या आकस्मिक त्रुटियाँ Random Errors** इस प्रकार की त्रुटियों का कारण ज्ञात नहीं रहता है, परन्तु सांख्यिकीय विधि (statistical method) से इसकी विवेचना की जा सकती है। उदाहरण के लिए, एक पिन विधि से उत्तल लेंस की फोकस दूरी मापने पर सभी पाठ्यांक एकसमान नहीं आते हैं। इस त्रुटि को सांयोगिक त्रुटि कहा जाता है। इस प्रकार की त्रुटियों को कम करने के लिए एक ही प्रेक्षण बार-बार लेते हैं। यदि लिए गए प्रेक्षणों की संख्या n गुना बढ़ा दें तो ये त्रुटियाँ $1/n$ गुना कम हो जाती हैं।

माना किसी भौतिक राशि का मापन करने हेतु लिए गए प्रेक्षण क्रमशः $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ हैं तो मापन की इस स्थिति में भौतिक राशि का शुद्ध मान इनके समान्तर माध्य (arithmetic mean) के तुल्य होता है।

$$\therefore a_{\text{माध्य}} = \bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

\bar{a} को अधिकतम संभाव्य मान (most probable value) कहा जाता है। यह मापी गयी राशि के यथार्थ मान से थोड़ा भिन्न अवश्य होता है।

यदि उपरोक्त मापित राशि का यथार्थ मान a हो, तो $(a_1 - a), (a_2 - a), \dots, (a_n - a)$ क्रमशः प्रेक्षणों की सांयोगिक त्रुटियाँ होंगी।

सांयोगिक त्रुटियों के धनात्मक तथा क्रहणात्मक होने की सम्भावना समान होती है तथा प्रेक्षणों का समान्तर माध्य (arithmetic mean) लेने पर त्रुटि बहुत कुछ कम हो जाती है।

3. **स्थूल त्रुटियाँ Gross Errors** ये त्रुटियाँ प्रेक्षक की असावधानी के कारण होती हैं। सम्भावित असावधानियाँ निम्नलिखित हो सकती हैं-

- (i) पाठ्यांक लिखते समय त्रुटिपूर्ण पाठ्यांक लिखना।
- (ii) गणना सम्बन्धी त्रुटियाँ करना।

- (iii) त्रुटि के कारणों को ध्यान में रखते हुए प्रेक्षण लेना।
- (iv) बिना उपकरण को समंजित किये यन्त्र से पाठ्यांक लेना।

4. माध्य निरपेक्ष त्रुटि Mean Absolute Error क्योंकि हमें किसी राशि का वास्तविक मान जात करने की कोई विधि जात नहीं है, इसलिए राशि के विभिन्न प्रेक्षित मानों के समान्तर माध्य को ही राशि का वास्तविक मान, मान लेते हैं। किसी राशि की व्यक्तिगत और वास्तविक माप के बीच के अन्तर के परिमाण को मापन की निरपेक्ष त्रुटि कहते हैं। इसको $|\Delta a|$ द्वारा प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार हमारी व्यक्तिगत प्रेक्षित माप में वास्तविक माप से निरपेक्ष त्रुटियाँ निम्न प्रकार होंगी

$$\Delta a_1 = a_1 - a_{\text{माध्य}}$$

$$\Delta a_2 = a_2 - a_{\text{माध्य}}$$

$$\Delta a_3 = a_3 - a_{\text{माध्य}}$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$\Delta a_n = a_n - a_{\text{माध्य}}$$

उपरोक्त प्रकार से परिकलित Δa का मान कुछ प्रेक्षणों के लिए धनात्मक हो सकता है तथा कुछ प्रेक्षणों के लिए ऋणात्मक, परन्तु निरपेक्ष त्रुटि $|\Delta a|$ सदैव धनात्मक ही ली जाती है।

भौतिक राशि की निरपेक्ष त्रुटियों के परिमाणों के समान्तर माध्य को भौतिक राशि की माध्य निरपेक्ष त्रुटि कहा जाता है। इसको $\Delta a_{\text{माध्य}}$ से प्रदर्शित करते हैं।

$$\therefore \Delta a_{\text{माध्य}} = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + \dots + |\Delta a_n|}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta a_i$$

इस प्रकार किसी भी एकल माप का मान, $a = a_{\text{माध्य}} \pm \Delta a_{\text{माध्य}}$

इसका अर्थ है कि भौतिक राशि की किसी माप 'a' का मान ($a_{\text{माध्य}} + \Delta a_{\text{माध्य}}$) तथा ($a_{\text{माध्य}} - \Delta a_{\text{माध्य}}$) के बीच होने की सम्भावना है।

5. आपेक्षिक त्रुटि Relative Error मापित राशि की माध्य निरपेक्ष त्रुटि $\Delta a_{\text{माध्य}}$ तथा इसके माध्यमान $a_{\text{माध्य}}$ का अनुपात आपेक्षिक त्रुटि कहलाता है।

\therefore

$$\text{आपेक्षिक त्रुटि, } \delta a = \frac{\Delta a_{\text{माध्य}}}{a_{\text{माध्य}}}$$

6. प्रतिशत त्रुटि Percentage Error आपेक्षिक त्रुटि को प्रतिशत त्रुटि में व्यक्त करने पर इसको प्रतिशत त्रुटि कहा जाता है।

अतः

$$\text{प्रतिशत त्रुटि} = \text{आपेक्षिक त्रुटि} \times 100\%$$

\therefore

$$\text{प्रतिशत त्रुटि} = \left(\frac{\Delta a_{\text{माध्य}}}{a_{\text{माध्य}}} \right) \times 100\%$$