मशीनी अंगों पर मरोड़-घूर्ण
Machine Parts Subjected to Twisting Moment

प्रश्न 1. स्पिंडल (Spindle) को समझाइए।

उत्तर स्पिंडल भी एक छोटे आकार की शाफ्ट है जो किसी मशीन औजार में औजारों या कार्य को घुमाऊ गति प्रदान करती है; जैसे—खराद मशीन का स्पिंडल, ड्रिल मशीन स्पिंडल आदि।

प्रश्न 2. मरोड़ सम्बन्ध (Torsional relation) को लिखिए।

उत्तर मरोड़ सम्बन्ध, $\frac{T}{J} = \frac{G\theta}{l} = \frac{q}{r} = \frac{Q}{R}$

प्रश्न 3. शाफ्टों का डिजाइन कितने प्रकार से किया जाता है?

उत्तर शाफ्टों का डिजाइन निम्न दो प्रकार से किया जाता है

(i) साम्थर्य के आधार पर तथा (ii) दृढ़ता के आधार पर।

प्रश्न 4. घूर्णन दृढ़ता (Torsional rigidity) का तात्पर्य बताइए।

उत्तर घूर्णन दृढ़ता का तात्पर्य मरोड़ के प्रति शाफ्ट की दृढ़ता से है। रेडियन में शाफ्ट का मरोड़ कोण θ द्वारा प्रदर्शित किया जाता है

$$\theta = \frac{T.l}{G.J}$$

प्रश्न 5. ठोस तथा खोखली शाफ्ट के द्वारा पारेषित शक्ति (transmitted power) के लिए व्यंजक लिखिए।

उत्तर $$P = \frac{2\pi\, RFN}{60} W \quad \text{or} \quad P = \frac{2\pi\, NT}{60} W$$

प्रश्न 6. खुली कुण्डलीदार स्प्रिंग तथा बन्द कुण्डलीदार स्प्रिंग में एक अन्तर बताइए।

उत्तर खुली कुण्डलीदार स्प्रिंग में कुण्डलियाँ आपस में कुछ दूरी पर होती हैं, जबकि बन्द कुण्डलीदार स्प्रिंग में यह दूरी बहुत कम अर्थात् नगण्य मानी जाती है।

प्रश्न 7. प्रमाण विकृति ऊर्जा (proof resilience) को परिभाषित कीजिए।

उत्तर किसी स्प्रिंग में बिना स्थायी विरूपण के अधिकतम इकट्ठी की जा सकने वाली विकृति ऊर्जा को प्रमाण विकृति ऊर्जा कहते हैं।

प्रश्न 8. प्रमाण भार (proof load) से आप क्या समझते हैं?

उत्तर स्प्रिंग पर लगने वाला वह अधिकतम भार जिससे स्प्रिंग में स्थायी विरूपण न हो, प्रमाण भार कहलाता है।

प्रश्न 9. प्रमाण प्रतिबल (proof stress) को समझाइए।

उत्तर प्रमाण भार के लगने पर स्प्रिंग में उपजा अधिकतम प्रतिबल, प्रमाण प्रतिबल कहलाता है।

प्रश्न 10. संयुक्त स्प्रिंग कितने प्रकार के होते हैं? नाम लिखिए।

उत्तर संयुक्त स्प्रिंग (composite spring) निम्न दो प्रकार के होते हैं

(i) श्रेणी संयुक्त स्प्रिंग तथा (ii) समान्तर संयुक्त स्प्रिंग।

ITI Question Bank.com

प्रश्न 11. कुँजी (key) के उपयोग बताइए।

उत्तर कुँजी के प्रयोग से शाफ्ट पर गियर, पुली, कपलिंग, प्लेट, क्रैंक तथा स्प्रॉकेट आदि अस्थायी रूप से जोड़े जाते हैं।

प्रश्न 12. कुँजी सीट (key seat) तथा कुँजी मार्ग (key way) को समझाइए।

उत्तर कुँजी लगाने के लिए साधारणतया शाफ्ट तथा हब में कुँजी की मापों के अनुसार खाँचे बनाए जाते हैं। शाफ्ट में काटा गया खाँचा कुँजी सीट तथा हब में काटा गया खाँचा कुँजी मार्ग कहलाता है।

उत्तर 13. कुँजी के प्रकारों के नाम लिखिए।

उत्तर (i) संक कुँजी, (ii) सैडल कुँजी, (iii) स्पर्शी कुँजी, (iv) गोल कुँजी तथा (v) स्प्लाइन कुँजी।

प्रश्न 14. सैडल कुँजियों का प्रयोग बताइए।

उत्तर सैडल कुँजियाँ घर्षण द्वारा ही घुमाऊ घूर्ण पारेषित करती हैं, इसलिए ये कम शक्ति-पारेषण हेतु प्रयोग की जाती हैं।

प्रश्न 15. संक कुँजियों को परिभाषित कीजिए।

उत्तर वे सभी कुँजियाँ जोकि शाफ्ट के अन्दर घुसती हैं, संक कुँजियाँ (sunk keys) कहलाती हैं।

ITI Question Bank.com

. **सरल या शुद्ध मरोड़ का क्या तात्पर्य है? मरोड़ सम्बन्ध को उसके प्रतीक के साथ लिखिए।**
What does it mean by simple or pure twisting? Write the twisting relation with their symbols.

उत्तर जब किसी शाफ्ट या धरन पर केवल मरोड़-घूर्ण (twisting moment or torque) ही कार्य करता है या कार्य करता हुआ माना जा सके तो इसके प्रभाव में शाफ्ट का शुद्ध मरोड़ होता है और शाफ्ट में केवल मरोड़-कर्तन प्रतिबल (torsional shear stresses) ही उपजते हैं।

साधारणतया जब कभी भी शाफ्ट द्वारा शक्ति पारेषित की जाती है, तो इस पारेषण के कारण शाफ्ट पर मरोड़-घूर्ण लगता है जिससे शाफ्ट में मरोड़-कर्तन प्रतिबल उपजते हैं। परन्तु इसके साथ-साथ शाफ्ट में नमन-प्रतिबल भी उपजते हैं। इस प्रकार साधारण परिस्थितियों में शाफ्ट में निम्न प्रतिबल उपजते हैं

(i) मरोड़-कर्तन प्रतिबल (Torsional shear stresses)

(ii) नमन-प्रतिबल (Bending stresses)

ITIQuestionBank.com

जब किसी शाफ्ट पर मरोड़-घूर्ण की अपेक्षा नमन-घूर्ण का मान बहुत कम होता है, तो इसे नगण्य मानकर शाफ्ट का डिजाइन किया जाता है। इस अवस्था में शाफ्ट का शुद्ध मरोड़ माना जाता है।

मरोड़ सम्बन्ध Torsional Relation नमन-सम्बन्ध की भाँति मरोड़ सम्बन्ध निम्न प्रकार हैं

$$\frac{T}{J} = \frac{G\theta}{l} = \frac{q}{r} = \frac{Q}{R}$$

जहाँ, T = शाफ्ट पर लगाया गया मरोड़-घूर्ण

R = शाफ्ट की त्रिज्या

J = शाफ्ट की अनुप्रस्थ-काट का ध्रुवीय जड़ता घूर्ण

G = शाफ्ट पदार्थ का कर्तन मापांक

l = शाफ्ट की लम्बाई

θ = शाफ्ट का मरोड़-कोण

q = शाफ्ट के केन्द्र से r दूरी पर प्रतिबल

Q = शाफ्ट में अधिकतम प्रतिबल, शाफ्ट के केन्द्र से R दूरी पर

2. शाफ्ट को परिभाषित कीजिए। ये कितने प्रकार की होती है? समझाइए।

Define the shaft. How many types are this? Explain.

उत्तर शाफ्ट मशीन का वह अंग है जो उसके घूर्णक भागों को सहारता है और मरोड़-घूर्ण पारेषण का काम भी करता है। मरोड़-घूर्ण पारेषण द्वारा ही शाफ्ट शक्ति का पारेषण करती है। अधिकतर शाफ्टें वृत्ताकार काट की होती हैं। ये ठोस अथवा खोखली प्रयोग की जाती हैं। सभी शाफ्टों को दो वर्गों में बाँटा जा सकता है

1. **पारेषण शाफ्ट** वे शाफ्ट, जो शक्ति स्त्रोत से मशीन को पारेषण करने के काम आती हैं, पारेषण शाफ्ट कहलाती हैं। इन शाफ्टों पर पुलियाँ, गियर तथा स्प्रॉकेट आदि लगे होते हैं। इसके प्रमुख उदाहरण काउंटर शाफ्ट, लाइन शाफ्ट तथा उपरिशिर शाफ्ट (overhead shaft) आदि हैं।
2. **मशीन शाफ्ट** ये मशीन के भागों का ही एक अंग होती हैं, जैसे—इंजन की क्रैंक शाफ्ट आदि।

प्रश्न 3. खोखली शाफ्ट के ठोस शाफ्ट पर लाभ समझाइए।

Explain benefits on solid shaft at hollow shaft.

उत्तर खोखली शाफ्ट के ठोस शाफ्ट की अपेक्षा लाभ निम्न प्रकार हैं

1. खोखली शाफ्ट का भार कम होता है।
2. पदार्थ का खर्चा कम होता है।
3. खोखली शाफ्ट की काट अधिक दक्ष हो जाती है।
4. खोखली शाफ्ट की बलाघूर्ण क्षमता बढ़ जाती है।
5. खोखली शाफ्ट के अन्दर से अन्य क्रियाकारी मशीनी अंग या पदार्थ आदि गुजारे जा सकते हैं; जैसे—खराद की स्पिण्डल।

प्रश्न 4. एक ठोस शाफ्ट (solid shaft) की अपेक्षा खोखले शाफ्ट (hollow shaft) की स्टिफनैस और शक्ति अधिक होती है। व्याख्या कीजिए। (2016)

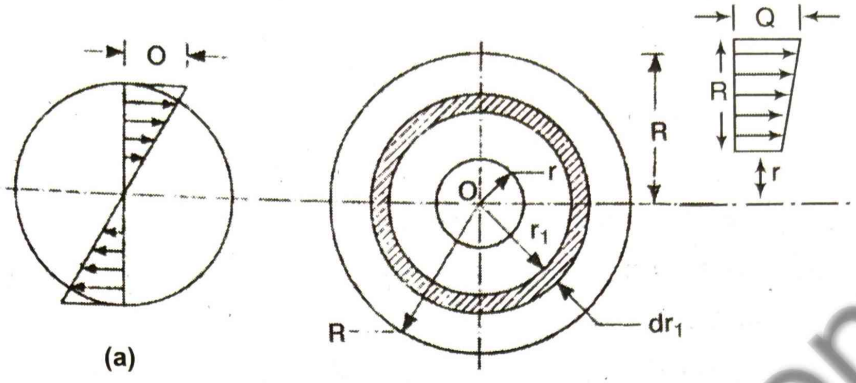
The stafness and power of hollow shaft is more than solid shaft. Explain.

उत्तर ठोस शाफ्ट की अपेक्षा खोखली शाफ्ट की स्टिफनैस तथा शक्ति अधिक होती है, इस तथ्य को निम्न प्रकार से स्पष्ट किया जा सकता है—

चित्र 5.1 'a' व 'b' में ठोस व खोखली शाफ्ट की अनुप्रस्थ काट पर कर्तन प्रतिबलों का मान केन्द्र पर शून्य से बाह्य सतह पर अधिकतम मान तक बदलता हुआ दिखाया गया है। कर्तन बल आरेख को देखने से पता चलता है कि कर्तन बलों का मान अनुप्रस्थ-काट के केन्द्र अर्थात् शाफ्ट की अक्ष पर शून्य होता है तथा बाहर की ओर बढ़ता हुआ सबसे बाहरी सतह पर अधिकतम होता है। केन्द्र से बाह्य सतह की दूरी जितनी अधिक होगी, शाफ्ट उतना ही अधिक प्रतिबल सहन कर

RTU Question Bank.com

सकती है। समान काट के क्षेत्रफल व भार वाली खोखली शाफ्ट में, यह दूरी ठोस शाफ्ट की अपेक्षा अधिक होगी। अतः खोखली शाफ्ट अधिक सामर्थ्य अर्थात् शक्ति एवं कड़ेपन की होगी एवं समान बलाघूर्ण पारेषित करने के लिए खोखली शाफ्ट का भार कम होगा व पदार्थ की कम आवश्यकता होगी।



चित्र 5.1

- **एक ही भार, लम्बाई तथा पदार्थ से बनी, एक ही अधिकतम मरोड़-प्रतिबल वाली एक ठोस तथा एक खोखली शाफ्ट के द्वारा पारेषित ऐंठों (बलाघूर्णों) की तुलना करिए। खोखली शाफ्ट के आंतरिक व्यास का बाह्य व्यास के साथ अनुपात 'n' है।**

  Compare to torque transmitted by a solid and a hollow shaft made of one substance, length, weight, the same maximam twist-reflexion. The ratio of the inner diameter of hollow shaft is proportional to outer diameter is 'n'.

हल ठोस शाफ्ट की लम्बाई l के लिए भार, $W_s = \frac{\pi}{4} d^2 \times l \times \rho$

जहाँ, d = ठोस शाफ्ट का व्यास, ρ = पदार्थ का घनत्व।

खोखली शाफ्ट का भार, $$W_h = \frac{\pi}{4}(d_0^2 - d_i^2) \times l \times \rho$$

जहाँ, d_0 = खोखली शाफ्ट का बाह्य व्यास

d_i = खोखली शाफ्ट का अन्तः व्यास।

परन्तु, $$\frac{d_i}{d_0} = n \text{ या } d_i = nd_0$$

∴ $$W_h = \frac{\pi}{4} d_0^2(1 - n^2) \times l \times \rho$$

फिर क्योंकि, $$W_s = W_h$$

∴ $$\frac{\pi}{4} d^2 \times l \times \rho = \frac{\pi}{4} d_0^2(1 - n^2) \times l \times \rho$$

या $$d^2 = d_0^2(1 - n^2)$$

या $$d = d_0\sqrt{(1 - n^2)} \quad \ldots(i)$$

मानाकि दोनों शाफ्टों के लिए अधिकतम मरोड़-प्रतिबल Q है, तब खोखली शाफ्ट द्वारा पारेषित बलाघूर्ण,

$$T_h = \frac{J_h \times Q}{R_0} = \frac{J_h \times Q \times 2}{R_0}$$

ठोस शाफ्ट द्वारा पारेषित बलाघूर्ण (torque),

$$T_s = \frac{J_s \times Q}{R} = \frac{J_s \times Q \times 2}{d}$$

$$\therefore \quad \frac{T_s}{T_h} = \frac{J_s \times Q \times 2}{d} \times \frac{d_0}{J_h \times Q \times 2} = \frac{J_s \times d_0}{J_h \times d}$$

$$= \frac{\pi d^4}{32} \times d_0 \times \frac{32}{\pi(d_0^4 - d_i^4) \times d} = \frac{d^3 . d_0}{d_0^4(1 - n^4)}$$

सम्बन्ध (i) से, $$\frac{T_s}{T_h} = \frac{d_0^3(1-n^2)\sqrt{(1-n^2)}}{d_0^3(1-n^4)}$$

$$= \frac{(1-n^2)\sqrt{(1-n^2)}}{(1-n^2)(1+n^2)} = \frac{\sqrt{(1-n^2)}}{(1+n^2)}$$

: किसी शाफ्ट में कर्तन प्रतिबल 70 Mpa से अधिक न होने देने के लिए, 150 kN-m बलाघूर्ण पर उसका व्यास ज्ञात कीजिए। शाफ्ट की लम्बाई 6m है।

Find the diameter on 150 kN-m torque to allow the shear to not exceed 70 Mpa in any shaft. The length of shaft is 6 m.

हल प्रश्न के अनुसार, $T = 150 \text{ kN-m} = 150 \times 10^6 \text{ N-mm}$

$Q = 70 \text{ Mpa} = 70 \text{ N/mm}^2, l = 6 \text{ m} = 6 \times 10^3 \text{ mm}$

मरोड़ सम्बन्ध से, $$\frac{J}{R} = \frac{T}{Q}$$

या $$\frac{\pi d^4/32}{d/2} = \frac{T}{Q}$$ (जहाँ, d = शाफ्ट का व्यास और $R = \frac{d}{2}$)

या $$d^3 = \frac{T}{Q} \times \frac{32}{2 \times \pi}$$

$$= \frac{150 \times 10^6 \times 32}{70 \times 2 \times \pi} = 10.91901 \times 10^6$$

$$d = \mathbf{221.8 \text{ mm} \approx 222 \text{ mm}}$$

शाफ्ट का अभिकल्पन कितने प्रकार से किया जाता है? समझाइए।

How to design a shaft? Explain.

उत्तर शाफ्ट का अभिकल्पन निम्न प्रकार से किया जाता है

1. सामर्थ्य के आधार पर शाफ्ट का अभिकल्पन इसके अन्तर्गत शाफ्ट पर निम्न दशाओं में उपजे प्रतिबलों पर विचार किया जाता है

(i) शाफ्ट पर केवल मरोड़-घूर्ण क्रिया करता है।

(ii) शाफ्ट पर केवल नमन-घूर्ण क्रिया करता है।

(iii) शाफ्ट पर संयुक्त रूप से मरोड़ तथा नमन-घूर्ण क्रिया करते हैं।

(iv) मरोड़ एवं नमन-घूर्णों के साथ-साथ शाफ्ट पर अक्षीय भार भी क्रिया करते हैं।

उपरोक्त दशाओं को ध्यान में रखते हुए आवश्यकतानुसार शाफ्ट पदार्थ के अनुमेय प्रतिबल या सामर्थ्य का प्रयोग किया जाता है और किसी भी दशा में शाफ्ट में उपजे प्रतिबलों को उसके पदार्थ के अनुमेय प्रतिबलों से अधिक नहीं होने दिया जाता।

शाफ्ट पर मरोड़, नमन एवं सीधे प्रतिबलों के लिए निम्न मौलिक सूत्र प्रयोग करते हैं

शाफ्ट में मरोड़ कर्तन प्रतिबल, $$q = \frac{T \cdot (d/2)}{J}$$ (T = मरोड़-घूर्ण)

शाफ्ट में नमन प्रतिबल, $$f_b = M \cdot \frac{y}{I}$$ (M = नमन-घूर्ण)

शाफ्ट में सीधा प्रतिबल, $$p = \frac{F}{(\pi . d^2/4)}$$ (f = अक्षीय बल)

IT Question Bank.com

2. दृढ़ता के आधार पर शाफ्ट का अभिकल्पन शाफ्ट का डिजाइन दृढ़ता के आधार पर भी किया जाता है। शाफ्ट की निम्न दो प्रकार की दृढ़ता पर विचार किया जाना चाहिए।

(i) घूर्णन दृढ़ता Torsional Rigidity घूर्णन दृढ़ता का तात्पर्य मरोड़ के प्रति शाफ्ट की दृढ़ता से है। रेडियन में शाफ्ट का मरोड़ कोण θ निम्न सूत्र द्वारा प्रदर्शित होता है

$$\theta = \frac{T.l}{G.J}$$

यहाँ, T = शाफ्ट पर मरोड़-घूर्ण

l = शाफ्ट की लम्बाई

J = शाफ्ट का ध्रुवीय जड़ता घूर्ण

तथा G = शाफ्ट के पदार्थ का कर्तन मापांक

कुछ विशेष परिस्थितियों में मरोड़ कोण θ इस प्रकार माना जाता है

(a) सामान्य परिस्थितियों में, $\theta = 1°$ प्रति $20d$ शाफ्ट-लम्बाई, जहाँ d = शाफ्ट का व्यास

(b) लाइन शाफ्टों के लिए, $\theta = 2.5°$ से $3.5°$ प्रति मीटर शाफ्ट-लम्बाई

(c) कैम तथा मशीन-औजार शाफ्टों के लिए $\theta = 0.26°$ प्रति मीटर शाफ्ट-लम्बाई, (अधिकतम)

(ii) पार्श्व दृढ़ता Lateral Rigidity इस दृढ़ता का तात्पर्य शाफ्ट के विक्षेप से होता है। यदि शाफ्ट का विक्षेप निर्धारित सीमा से अधिक होगा, तब गियर दाँतों का ठीक मिलान नहीं हो पायेगा तथा बियरिंगों का अवकाश भी भली-भाँति अनुरक्षित नहीं रह पायेगा। इस प्रकार पार्श्व दृढ़ता का महत्त्व पारेषण एवं उच्च गति शाफ्टों के लिए अधिक होता है। सामान्यतया शाफ्ट विक्षेप की सीमा निम्न प्रकार निर्धारित की जाती है

$$\frac{\text{शाफ्ट का अधिकतम विक्षेप}}{\text{बियरिंगों के बीच शाफ्ट-लम्बाई}} = \frac{1}{1200}$$

प्रश्न 10. एक बन्द कुण्डलीदार स्प्रिंग के अक्षीय विस्थापन तथा अधिकतम प्रतिबल के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

(2010)

Generate expressions for axial displacement and maximum strength of a close helical spring.

ITI Question Bank.com

अथवा **एक बन्द कुण्डलित कुण्डलिनी स्प्रिंग के अक्षीय विक्षेप के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।**
Derive an expression for axial defection for a closed coiled helical spring.

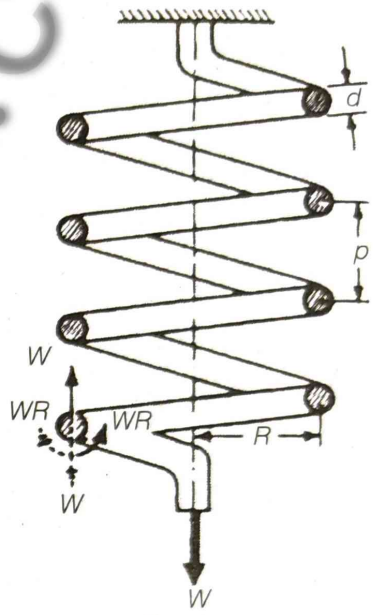
हल चित्र 5.3 के अनुसार तार की किसी काट पर W मान के दो बल विपरीत दिशाओं में लगाये, जिससे काट पर बलों का कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। परन्तु इनमें से ऊपर वाले बल को तथा अक्ष पर लगे W भार को सम्मिलित करने से $W \times R$ मान का एक बलयुग्म बन जाता है जो प्रत्येक अनुप्रस्थ काट पर लगाता है और मरोड़ की प्रवृत्ति पैदा करता है। यहाँ R स्प्रिंग के केन्द्र से तार के केन्द्र तक की स्प्रिग की अक्ष के लम्ब समतल में दूरी है। इसे स्प्रिग-कुण्डली का औसत अर्द्धव्यास (mean radius) कहते हैं। $W \times R$ मान का बलयुग्म स्प्रिग-तार की प्रत्येक अनुप्रस्थ काट पर लगता है और तार में मरोड़ उत्पन्न करता है।

माना कि, d = स्प्रिग तार का व्यास

$T = W \times R$ = स्प्रिग तार पर बलयुग्म या मरोड़-बलाघूर्ण

n = पूर्ण स्प्रिग में कुण्डलियों की संख्या

$W \times R$ मान का मरोड़-बलाघूर्ण लगने पर, उसी काट पर $W \times R$ मान का ही प्रतिक्रिया बलाघूर्ण उत्पन्न होता है जो चित्र 5.3 में दृढ़ रेखा तीर द्वारा दिखाया गया है।



चित्र 5.3

अब एक कुण्डली में तार की लगभग लम्बाई $= 2\pi R$, क्योंकि पूर्ण स्प्रिग में n कुण्डलियाँ हैं इसलिए पूर्ण स्प्रिग में लगी तार की मूल लम्बाई,

$$l = 2\pi R n$$

यदि मरोड़-घूर्ण T से तार में मरोड़-कोण θ होता है और W भार से स्प्रिग में अक्षीय विस्थापन δ होता है, अर्थात् δ दूरी से नीचे आ जाता है, तब W भार द्वारा स्प्रिग पर किया गया कार्य,

$$= \frac{1}{2} W.\delta$$

यह कार्य स्प्रिग में विकृति ऊर्जा के रुप में इकट्ठा हो जाता है, अब मरोड़ विकृति के कारण स्प्रिग में एकत्र हुई ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} T.\theta$$

परन्तु,
$$\frac{1}{2} W.\delta = \frac{1}{2} T.\theta$$

$\therefore$
$$\delta = T.\frac{\theta}{W}$$

हम जानते हैं कि
$$\frac{T}{J} = \frac{G.\theta}{l}$$

या
$$\theta = \frac{T.l}{G\,J}$$

यहाँ,
$T = W \times R$ तथा $l = 2\pi Rn$

J = तार की काट का ध्रुवीय जड़ता घूर्ण

$$= \frac{\pi d^4}{32}$$

तथा G = तार के पदार्थ का दृढ़ता मापांक

तब
$$\theta = \frac{W \times R \times 2\pi Rn}{G \times \pi d^4/32}$$

$\therefore$ तार में मरोड़-कोण
$$\theta = \frac{64 \times WR^2 n}{Gd^4}$$

ITI Question Bank.com

परन्तु, $$\delta = \frac{T\theta}{W} = \frac{WR}{W} \times \frac{64WR^2n}{Gd^4}$$

अत: स्प्रिंग का विस्थापन (deflection), $$\delta = \frac{64WR^3n}{Gd^4}$$

हम जानते हैं कि अधिकतम कर्तन प्रतिबल (shear stress),

$$Q = \frac{T}{J} \times \frac{d}{2} = \frac{WR}{\pi d^4/32} \times \frac{d}{2}$$

$\therefore$ अधिकतम कर्तन प्रतिबल, $$Q = \frac{16WR}{\pi d^3}$$

. कुण्डलीदार स्प्रिंग के लिए निम्नलिखित पदों की परिभाषा दीजिए

(i) विकृति ऊर्जा, (ii) कड़ापन या दुर्नम्यता,

(iii) स्प्रिंग सूचकांक, (2015)

(iv) स्वतन्त्र लम्बाई, (v) ठोस लम्बाई।

Define the following terms for helical spring.

(i) Resilience (ii) Stiffness (iii) Spring Index

(iv) Free Length (v) Solid Length

उत्तर (i) विकृति ऊर्जा Resilience विकृति के कारण पदार्थ में एकत्र हुई ऊर्जा विकृति ऊर्जा (resilience) कहलाती है। यदि किसी स्प्रिंग में T मरोड़ से θ मरोड़-कोण होता है,

तो एकत्र हुई कुल ऊर्जा, $$E = \frac{1}{2} T\theta$$

$$= \frac{1}{2} \times T \times \frac{Q.l}{r.G} \quad \left(\text{जहाँ}, \theta = \frac{Q.l}{r.G}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{J \times Q}{r} \times \frac{Q.l}{r.G} \quad \left(\text{क्योंकि } T = \frac{JQ}{r}\right)$$

यहाँ, r स्प्रिंग तार का अर्द्धव्यास तथा Q उसमें उत्पन्न हुआ अधिकतम प्रतिबल है और l स्प्रिंग तार की कुल लम्बाई है।

$\therefore$ $$E = \frac{1}{2} \times \frac{\pi r^4}{2} \times \frac{Q}{r} \times \frac{Q \times l}{r.G}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{Q^2}{G} \times \pi r^2 l$$

इस प्रकार विकृति ऊर्जा (resilience),

$$E = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q^2}{G} \times (\text{तार का आयतन})$$

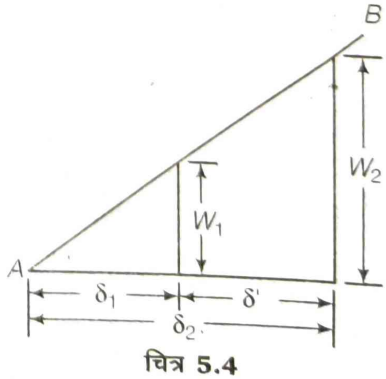
(ii) कड़ापन या दुर्नम्यता Stiffness स्प्रिंग में इकाई विस्थापन के लिए आवश्यक भार को उसका कड़ापन कहते हैं। इसे **स्प्रिंग-दर, स्प्रिंग-स्केल, दुर्नम्यता** तथा **ग्रेडिएन्ट** आदि नामों से जाना जाता है।

यदि W भार लगाने से स्प्रिंग में विस्थापन δ होता है, अथवा

स्प्रिंग का कड़ापन, $$S = \frac{W}{\delta}$$

चित्र 5.4 के अनुसार रेखा AB स्प्रिंग पर भार W तथा विस्थापन δ में सरल रेखीय सम्बन्ध प्रदर्शित करती है।

किन्हीं अवस्थाओं में यदि स्प्रिंग पर भार W_1 से बढ़कर W_2 हो जाता है और फलस्वरूप स्प्रिंग का अतिरिक्त विस्थापन δ' होता है, तब स्प्रिंग का कड़ापन,



चित्र 5.4

IQuestionBank.com

$$S = \frac{W_2 - W_1}{\delta'} = \frac{W_2}{\delta_2} = \frac{W_1}{\delta_1} \qquad (\text{जहाँ, } \delta_2 = \delta_1 + \delta')$$

(iii) स्प्रिंग सूचकांक Spring Index स्प्रिंग कुण्डली के औसत व्यास D तथा तार के व्यास d के अनुपात को स्प्रिंग सूचकांक कहते हैं।

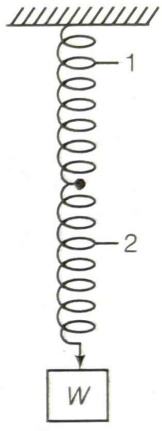
अत:
$$\text{स्प्रिंग सूचकांक,} \quad C = \frac{D}{d}$$

(iv) स्वतन्त्र लम्बाई Free Length संपीडन स्प्रिंग के लिए उसकी
$$\text{स्वतन्त्र लम्बाई, } L_f = L_w + \delta_w$$
जहाँ, L_w = भार W के प्रभाव में स्प्रिंग की संपीडित लम्बाई
δ_w = भार W पर स्प्रिंग का विस्थापन या विक्षेप।

(v) ठोस लम्बाई Solid Length यदि स्प्रिंग तार का व्यास d तथा कुण्डलियों की संख्या n है, तब स्प्रिंग की
$$\text{ठोस लम्बाई, } L_s = d \times n$$

.. कमानियों के लिए व्यंजक दृढ़ता के पदों में लिखिए, जबकि वे श्रेणी व समान्तर में सम्बद्ध हों। (2012)
Write the rigid expression for spring while they are concerned in series and parallel.

उत्तर **श्रेणी संयुक्त स्प्रिंग** Series Composite Spring इसमें दो या अधिक कुण्डलीदार स्प्रिंग, विद्युत परिपथ में श्रेणी में जुड़े प्रतिरोध (resistances) की तरह, जोड़े जाते हैं। (चित्र 5.5 के अनुसार) और प्रत्येक स्प्रिंग पर भार संयुक्त स्प्रिंग पर भार के बराबर होता है।



चित्र 5.5

चित्र 5.5 में दो स्प्रिंग 1 तथा 2 श्रेणी में जोड़कर संयुक्त स्प्रिंग बना है जिस पर W भार लगा है। इस अवस्था में प्रत्येक स्प्रिंग पर W भार ही लगता है।

संयुक्त स्प्रिंग का विस्थापन, $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \ldots\ldots$ ...(i)
जहाँ, δ_1, δ_2.....आदि स्प्रिंगों के विस्थापन हैं।

संयुक्त स्प्रिंग का कड़ापन (stiffness), $S = \frac{W}{\delta}$

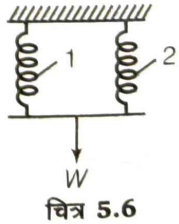
यदि S_1, S_2, ...आदि अलग-अलग स्प्रिंगों का कड़ापन हैं, तो
$$\delta_1 = \frac{W}{S_1}, \quad \delta_2 = \frac{W}{S_2} \ldots$$

अब समी० (i) से,
$$\frac{W}{S} = \frac{W}{S_1} + \frac{W}{S_2} + \ldots$$

या
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \ldots$$

समान्तर संयुक्त स्प्रिंग Parallel Composite Spring इसमें दो या अधिक स्प्रिंग, विद्युत परिपथ में समान्तर प्रतिरोधों की भाँति जुड़े होते हैं, चित्र 5.6 के अनुसार। प्रत्येक स्प्रिंग का विस्थापन संयुक्त स्प्रिंग विस्थापन के बराबर होता है। माना कि संयुक्त स्प्रिंग पर W भार लगा है और इसके $W_1, W_2, W_3 \ldots$ आदि अंश विभिन्न स्प्रिंगों द्वारा सहन किये जाते हैं, तब
$$W = W_1 + W_2 + \ldots \qquad \ldots(ii)$$
माना कि संयुक्त स्प्रिंग का कड़ापन S तथा विस्थापन δ है और विभिन्न स्प्रिंगों के कड़ेपन क्रमश: $S_1, S_2 \ldots$ हैं। इस दशा में प्रत्येक स्प्रिंग का विस्थापन भी δ ही होगा, तब
$$S = \frac{W}{\delta}, S_1 = \frac{W_1}{\delta}, S_2 = \frac{W_2}{\delta} \ldots \text{आदि}$$

या
$$W = S\delta, W_1 = S_1\delta, W_2 = S_2\delta \ldots \text{आदि}$$



चित्र 5.6

ITQuestionBank.com

समीकरण (ii) में मान रखने पर,

$$S\delta = S_1\delta + S_2\delta + \ldots$$

या

$$S = S_1 + S_2 + \ldots$$

प्रश्न 13. एक बन्द कुण्डलीदार स्प्रिंग 6 mm व्यास की तार का बना है। इसकी कुण्डली का औसत 8cm तथा कुण्डलियों की संख्या 12 है। यदि अधिकतम कर्तन प्रतिबल 315 MN/m^2 हो और G = 84 GPa हो, तो स्प्रिंग के लिए अधिकतम अक्षीय भार तथा विस्थापन ज्ञात कीजिए।

A closed helical spring is made of 6 mm diameter wire. Its coils averages 8 cm and the number of coil is 12. Find the maximum axial load and displacement for spring if the maximum shear strength is 315 MN/m^2 and G = 84 GPa.

हल दिया है,

$$d = 6 \text{ mm}, \quad R = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm} = 40 \text{ mm}, \quad n = 12$$

$$G = 84 \text{ GPa} = 84 \times 10^3 \text{ MPa} = 84 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$$

तथा

$$Q = 315 \text{ MPa} = 315 \text{ N/mm}^2$$

सूत्र $Q = \dfrac{16WR}{\pi d^3}$ से,

आवश्यक भार,

$$W = \frac{Q\pi d^3}{16R} = \frac{315 \times \pi \times 6^3}{16 \times 40} = \mathbf{334 \text{ N}}$$

फिर सूत्र $\delta = \dfrac{64WR^3n}{Gd^4}$ से,

विस्थापन,

$$\delta = \frac{64 \times 334 \times 40^3 \times 12}{84 \times 10^3 \times 6^4} = \mathbf{904.8 \text{ mm}}$$

प्र 22. कुंजी से क्या तात्पर्य है? इसके उपयोग बताइए।

What are you understand by key? Tell its usage.

उत्तर कुंजी एक ऐसी युक्ति है जो दो अंगों में घूमने के सन्दर्भ में सापेक्ष गति न होने के लिए प्रयोग की जाती है। या कुंजी एक अस्थाई जोड़ युक्ति है जो सामान्यत: शाफ्ट तथा हब (hub) के बीच और शाफ्ट अक्ष के समान्तर लगायी जाती है और शाफ्ट तथा हब में सापेक्ष घुमाऊ गति रोकती है। यह हब किसी गियर, कपलिंग या पुली आदि की हो सकती है। अनेक परिस्थितियों में कुंजी, हब तथा शाफ्ट के बीच अक्षीय गति भी रोकती है। इस प्रकार दोनों जोड़े जाने वाले अंग एक इकाई की तरह व्यवहार करते हैं।

कुंजी के प्रयोग से शाफ्ट पर गियर, पुली, कपलिंग, प्लेट, क्रैंक तथा स्प्रॉकेट आदि अस्थाई रूप से जोड़े जाते हैं। कुंजी लगाने के लिए साधारणतया शाफ्ट तथा हब में कुंजी की मापों के अनुसार खाँचे बनाये जाते हैं। शाफ्ट में काटा गया खाँचा "कुंजी सीट" (key seat) तथा हब में काटा गया खाँचा "कुंजी मार्ग" (key way) कहलाता है।

कुंजी निर्माण के लिए ठण्डा रोलित मृदु इस्पात, पिटवाँ लोहा (wrought iron) तथा माध्यम कार्बन इस्पात प्रयोग किये जाते हैं। परन्तु अधिकतर मृदु इस्पात का ही प्रयोग किया जाता है।

प्र 23. कुंजी तथा कॉटर में अन्तर बताइए। (2001, 02)

Discuss the difference btween key and cotter.

उत्तर कुंजी तथा कॉटर में अन्तर निम्नलिखित हैं

(i) कुंजियाँ शाफ्ट लम्बाई के समान्तर, जबकि कॉटर सामान्यतया अंगों की अक्ष के लम्बरूप लगाये जाते हैं।

(ii) कुंजियाँ मरोड़ भार पारेषित करती हैं, जबकि कॉटर तनाव या संपीडन बलों को पारेषित करता है।

(iii) कुंजी द्वारा जोड़े गये अंगों में घूर्णन गति होती है जबकि कॉटर की दशा में ऐसा नहीं होता।

प्र 24. कुंजी के अभिकल्पन की विधि का वर्णन कीजिए। (2000)

Describe the method of designing of the key.

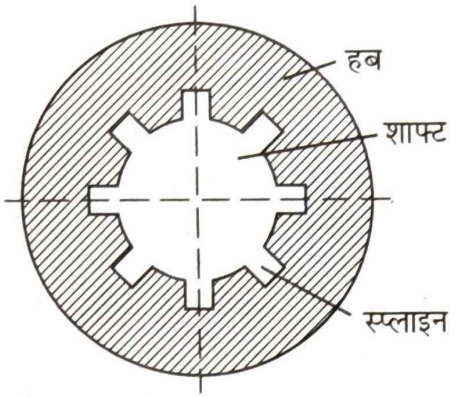
उत्तर यदि किसी शाफ्ट का व्यास d है और वह T घुमाऊ घूर्ण पारेषित करती है, तो शाफ्ट की परिधि पर स्पर्श रेखीय बल,

$$F = \frac{T}{d/2} = \frac{2T}{d}$$

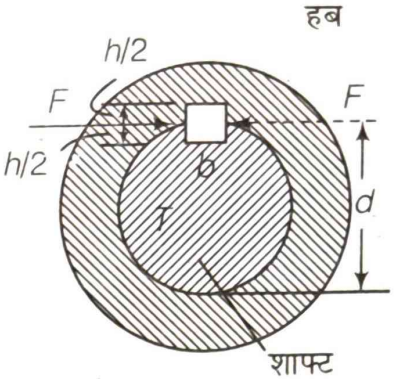
क्योंकि कुंजी द्वारा ही शाफ्ट से हब पर शक्ति पारेषित होती है, इसलिए कुंजी में कर्तन तथा बियरिंग, संपीडन अथवा क्रशिंग प्रतिबल क्रिया करते हैं।

चित्र 5.7 के अनुसार माना कि कुंजी की कुल मोटाई h में से $h/2$ शाफ्ट के अन्दर तथा $h/2$ हब के अन्दर है और कुंजी की चौड़ाई b तथा लम्बाई l है।

ITI Question Bank.com



चित्र 5.7



चित्र 5.8

अत: कर्तन का विरोध करने वाला कुंजी का क्षेत्रफल $= l \times b$

परन्तु, बल F है।

इसलिए कुंजी में उपजा कर्तन प्रतिबल, $f_s = \dfrac{F}{l \times b} = \dfrac{2T}{d \times l \times b}$

इस कर्तन प्रतिबल का मान कुंजी पदार्थ के अनुमेय कर्तन प्रतिबल से अधिक नहीं होना चाहिए।

अब कुंजी का क्रशिंग सहने वाला क्षेत्रफल $= l \times \dfrac{h}{2}$

अत: कुंजी में उपजा, क्रशिंग प्रतिबल, $f_c = \dfrac{F}{l \times h/2} = \dfrac{4T}{d \times l \times h}$

और f_c का यह मान भी कुंजी के पदार्थ के अनुमेय क्रशिंग प्रतिबल से अधिक नहीं होना चाहिए।

कुंजी डिजाइन के अन्तर्गत सामान्यत: पहले उसकी मापें ज्ञात की जाती हैं, फिर उन मापों की सहायता से उसमें उपजे प्रतिबलों का परीक्षण किया जाता है।

कुंजी की मापें ज्ञात करने के लिए माना कि K एक समानुपाती इकाई है और d शाफ्ट का व्यास है, तब

$$K = d + 13 \text{ मिमी}$$

फिर

$$b = \frac{K}{4}$$

$$h = \frac{K}{6} \quad \text{तथा} \quad l = \frac{3}{2}K$$

शाफ्ट में कुंजी मार्ग काटने से उसकी सामर्थ्य कम हो जाती है, अत: सामान्यत: शाफ्टें आवश्यक घुमाऊ घूर्ण से 25 से 40% तक अधिक घूर्ण के लिए डिजाइन की जाती हैं।

ITI Question Bank.com

. कपलिंग की उपयोगिता बताइए।

Explain the utility of coupling.

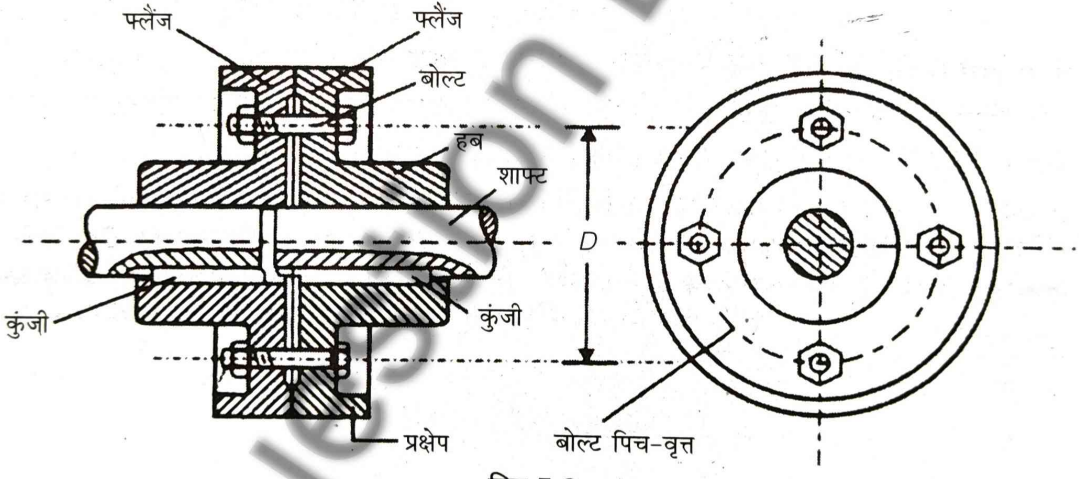
उत्तर जब भी दो छोटी शाफ्टों या अलग-अलग मशीनों की शाफ्टों को जोड़ना होता है, तो उसके लिए कपलिंग का प्रयोग किया जाता है। सामान्यत: शाफ्टें 7 मीटर से अधिक लम्बाई की नहीं बनाई जातीं इसलिए इससे अधिक लम्बाई की आवश्यकता के लिए भी कपलिंग का प्रयोग करके दो शाफ्टों को जोड़ा जाता है। इस प्रकार जोड़ी गयी शाफ्टें एक ही इकाई का काम करती हैं। दोनों जोड़ी जाने वाली शाफ्टों की अक्ष एक ही अक्ष पर या भिन्न अक्षों पर तथा भिन्न कोणों पर भी हो सकती हैं। अत: आवश्यकता के आधार पर भिन्न प्रकार की कपलिंग प्रयोग की जाती हैं। ठोस के अतिरिक्त द्रविक कपलिंग भी प्रयोग की जाती है।

फ्लैंज कपलिंग को समझाइए।

Explain the flange coupling.

उत्तर **फ्लैंज कपलिंग** Flange Coupling एक सामान्य कपलिंग है और दृढ होती है। इसकी बनावट सरल है तथा निर्माण में भी कम खर्च आता है। इस कपलिंग मे अक्षीय या कोणीय लचक नहीं होती इसलिए इसे दृढ़ कपलिंग कहते हैं और इसके द्वारा शाफ्टों को जोड़ने के लिए यह आवश्यक है कि दोनों शाफ्टें पूर्णतया अक्षीय तथा कोणीय सीध में हों जिससे शाफ्टों की बियरिंगों तथा कपलिंगों पर अतिरिक्त बल न क्रिया करें।

चित्र 5.9 के अनुसार इस कपलिंग में दो भाग होते हैं जिन्हें फ्लैंज कहते हैं। प्रत्येक फ्लैंज एक-एक शाफ्ट के सिरे पर कुंजी द्वारा लगी रहती है। दोनों फ्लैंज आपस में बोल्टों द्वारा जुड़ी होती हैं। इसके लिए फ्लैंजों में रीमिंग द्वारा छेद किये होते हैं। इन फ्लैंजों का परिधीय भाग प्रक्षेप (projection) के रूप में होता है जिससे घूमने पर बोल्ट शिर तथा ढिबरियाँ ढकी रहे और क्रिया के अन्तर्गत पूर्ण सुरक्षा हो सके। शाफ्टों की अक्षीय सीध के लिए एक शाफ्ट दूसरी शाफ्ट की फ्लैंज में लगभग 10 मिमी घुसाकर रखी जाती है या फिर एक फ्लैंज के केन्द्र पर बेलनाकार उभार दूसरी फ्लैंज के बेलनाकर खाँचें में फिट करके जोड़ बनाया जाता है।



चित्र 5.9

. दृढ़ फ्लैंज कपलिंग के लिए कपलिंग बोल्ट का अभिकल्पन समझाइए। (2011)

Explain the design of coupling bolt for rigid flange coupling.

उत्तर कपलिंग के डिजाइन के अन्तर्गत कुंजी का असफल होना; फ्लैंज का हब से जोड़ पर कर्तन में असफल होना तथा बोल्टों का कर्तन में असफल होना आदि बातों पर विचार किया जाता है।

यहाँ हम केवल बोल्टों के असफल होने पर ही विचार करेंगे।

बोल्टों का असफल होना माना कि शाफ्टों का व्यास d, बोल्ट का व्यास d_1 तथा उनकी संख्या n, बोल्ट में अनुमेय कर्तन प्रतिबल f_s तथा कपलिंग द्वारा पारेषित किया जाने वाला घुमाऊ घूर्ण (torque) T है।

क्योंकि बोल्टों पर कर्तन बल लगता है इसलिए

$$\text{एक बोल्ट का कर्तन क्षेत्रफल} = \frac{\pi}{4} d_1^2$$

ITI Question Bank.com

∴ प्रत्येक बोल्ट पर अधिकतम कर्तन बल $= \frac{\pi}{4} d_1^2 \times f_s$

अब प्रत्येक बोल्ट द्वारा पारेषित किया गया अधिकतम घुमाऊ घूर्ण $= \frac{\pi}{4} d_1^2 \times f_s \times \frac{D}{2}$

जहाँ, D = बोल्ट पिच वृत्त का व्यास

परन्तु कपलिंग में n बोल्ट लगे हैं इसलिए कुल पारेषित किया गया घुमाऊ घूर्ण,

$$T = n \frac{\pi}{4} d_1^2 \times f_s \times \frac{D}{2}$$

उपरोक्त सम्बन्ध द्वारा बोल्ट का साइज d_1 ज्ञात किया जा सकता है या आवश्यक बोल्टों की संख्या ज्ञात की जा सकती है।

साधारण ढलवाँ लोहे की फ्लैंज कपलिंग की भिन्न मापें निम्न प्रकार रखी जाती हैं

हब का व्यास $= 2d$

बोल्टों का पिच वृत्त व्यास $= 3 \times d$

फ्लैंज की मोटाई $= \frac{1}{2} d$

प्रक्षेप की मोटाई $= \frac{1}{2} d$

हब की लम्बाई $= \frac{3}{2} d$

बोल्टों की संख्या

$n = 3 (d = 40 \text{ mm}$ तक के लिए)

$n = 4 (d = 100 \text{ mm}$ तक के लिए)

$n = 6 (d = 180 \text{ mm}$ तक के लिए)

ITI Question Bank.com

प्रश्न 33. ठोस तथा खोखले शाफ्ट का अभिकल्पन कीजिए। (2011)

Design a solid and hollow shaft.

उत्तर **(i) सामर्थ्य के आधार पर** On the Basis of Strength जब अनुमेय कर्तन प्रतिबल (f_s) का मान दिया हो

$$\frac{T_{max}}{J} = \frac{f_s}{R}$$

(मरोड़ समीकरण से)

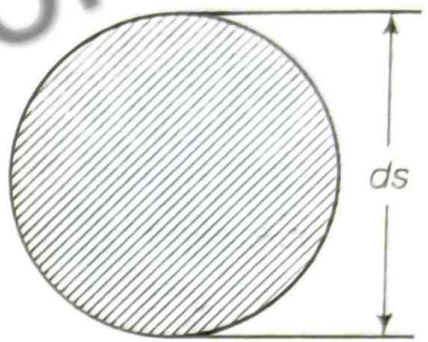
ठोस शाफ्ट Soild Shaft

$$J_s = \frac{\pi}{32} ds^4$$

$$T_{max} = \frac{\pi}{16} \times f_s ds^3$$

$$R_s = \frac{ds}{2}$$

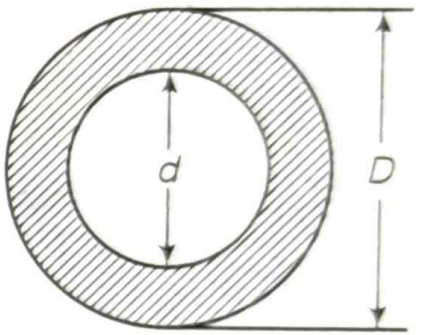
$$d_s = \frac{16 T_{max}}{\pi f_s}$$



चित्र 5.10

खोखला शाफ्ट Hollow shaft

$$J_H = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$



चित्र 5.11

ITI Question Bank.com

$$R_H = \frac{D}{2}$$

$$T_{max} = \frac{\pi}{16}\left[\frac{D^4 - d^4}{D}\right] \times f_s$$

माना, $D = nd$ तथा $n > 1$

$$T_{max} = \frac{\pi}{16}\left[\frac{n^4 d^4 - d^4}{nd}\right] f_s$$

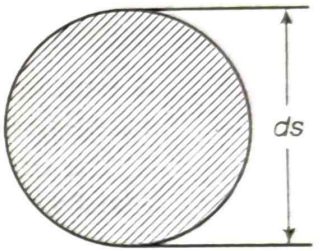
$$d = \left[\frac{16 \times T_{max} \times n}{\pi(n^4 - 1) \times f_s}\right]^{1/3}$$

(ii) घूर्णन दृढ़ता के आधार पर On the Basis of Torsion Rigidity जब G, θ, L के मान दिये हों

$$\frac{T_{max}}{J} = \frac{G\theta}{L}$$

$$J = \frac{T_{max} \times L}{G\theta} \text{ mm}^4$$

(मरोड़ समीकरण से)



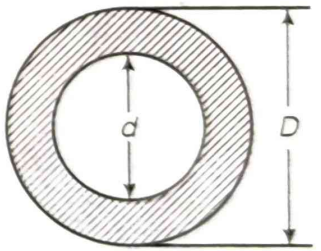
चित्र 5.12

ठोस शाफ्ट Solid Shaft

$$J_s = \frac{\pi}{32} ds^4$$

$$\frac{\pi}{32} ds^4 = \frac{T_m \times L}{G\theta}$$

$$ds = \left[\frac{32 T_m L}{\pi G\theta}\right]^{1/4}$$



चित्र 5.13

खोखला शाफ्ट Hollow Shaft

$$J_H = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$$

$$D = nd$$

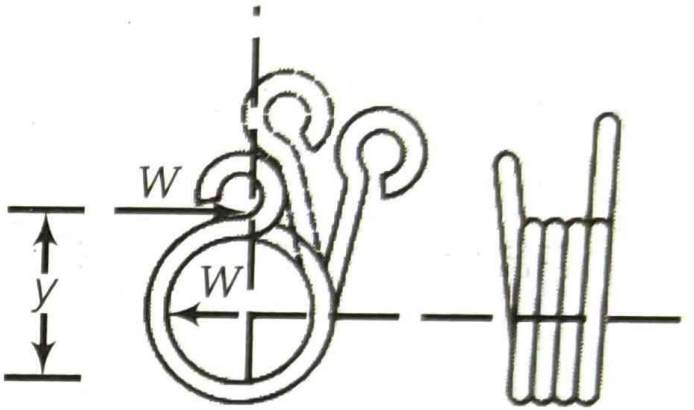
$$\frac{\pi}{32}(n^4 - 1)d^4 = \frac{T_m L}{G\theta}$$

$$d = \left[\frac{32 T_m L}{\pi(n^4 - 1) \times G}\right]^{1/4}$$

ITI Question Bank.com

टारशन हेलिकल स्प्रिंग की बनावट और उपयोग को चित्र बनाकर समझाइए। (2017)

उत्तर मरोड़ हेलिकल स्प्रिंग Helical Torsion Spring मरोड़ हेलिकल स्प्रिंग, चित्र 5.13 में प्रदर्शित है, वृत्ताकार, आयताकार अथवा वर्गाकार तार के बनाये जाते हैं। हेलिकल संपीड़न तथा तनाव स्प्रिंग के समान ही इनको लपेटा (wound) जाता है परन्तु इनके सिरों को ऐसा आकार दिया जाता है जो टॉर्क (बलाघूर्ण) पारेषित कर सके। इन स्प्रिंगों में प्रारम्भिक तौर पर नमन प्रतिबल उत्पन्न होते हैं, जबकि तनाव अथवा संपीड़न स्प्रिंगों में प्रतिबल, मरोड़ कर्तन प्रतिबल होते हैं।



चित्र **5.14** मरोड़ हेलिकल स्प्रिंग

मरोड़ हेलिकल स्प्रिंग प्राय: छोटे बलाघूर्णों (small torques) को पारेषित करने के काम आते हैं। उदाहरण के लिए, दरवाजों के कब्जे (door hinzes), मोटर में ब्रश होल्डर (brush holders in motors), ऑटोमोबाइल स्टार्टर (auto mobile starters) आदि।

ITI Question Bank.com