मशीनी अंगों पर संयुक्त नमन तथा मरोड़-घूर्ण

Machine Parts Subjected to Combined Bending and Twisting Moment

IT Question Bank.com

प्रश्न 1. शक्ति पारेषण करती हुई शाफ्ट पर किन प्रतिबलों पर विचार करना आवश्यक है?

उत्तर शक्ति पारेषण करती हुई शाफ्ट पर निम्न प्रतिबलों पर विचार करना आवश्यक है

(i) नमन के कारण नमन प्रतिबल

(ii) मरोड़ के कारण कर्तन प्रतिबल

प्रश्न 2. नमन के कारण अधिकतम नमन प्रतिबल का सूत्र लिखिए।

उत्तर $f_b = \frac{32M}{\pi d^3}$

प्रश्न 3. मरोड़ के कारण शाफ्ट पर अधिकतम कर्तन प्रतिबल का सूत्र लिखिए।

उत्तर $q = \frac{16T}{\pi d^3}$

प्रश्न 4. समतुल्य मरोड़ घूर्ण को परिभाषित कीजिए।

उत्तर समतुल्य मरोड़ घूर्ण (equivalent twisting moment) वह मरोड़ घूर्ण है जो अकेले ही शाफ्ट में उतना अधिकतम कर्तन प्रतिबल उपजता है जितना कि वास्तव में लगे हुए नमन घूर्ण तथा मरोड़ घूर्ण के सम्मिलित प्रभाव से उपजता है।

प्रश्न 5. समतुल्य नमन घूर्ण (equivalent bending moment) को परिभाषित कीजिए।

उत्तर समतुल्य नमन घूर्ण वह नमन घूर्ण है जो अकेले ही शाफ्ट में उतना अधिकतम लम्ब प्रतिबल उपजता है जितना कि वास्तव में लगे हुए नमन घूर्ण तथा मरोड़ घूर्ण के सम्मिलित प्रभाव से उपजता है।

समतुल्य नमन-घूर्ण तथा समतुल्य मरोड़-घूर्ण से आप क्या समझते हैं ? समझाइए।

What do you understand by equivalent bending moment and equivalent twisting moment? (2000, 02, 14)

उत्तर **1. समतुल्य नमन-घूर्ण** Equivalent Bending Moment माना कि M_e समतुल्य नमन-घूर्ण है।

फिर यदि इससे उपजने वाला नमन प्रतिबल,

$$f_b = f_1$$

तो $$f_1 = \frac{32M_e}{\pi d^3} \qquad \left[f_b = \frac{32\,M}{\pi d^3} \text{ से}\right]$$

या $$M_e = \frac{f_1 \pi d^3}{32}$$

या $$M_e = \frac{\pi d^3}{32} \times \frac{16}{\pi d^3}\left[M + \sqrt{(M^2 + T^2)}\right]$$

या $$M_e = \frac{1}{2}\left[M + \sqrt{(M^2 + T^2)}\right]$$

अत: M_e समतुल्य नमन-घूर्ण वह नमन-घूर्ण है जो अकेले ही शाफ्ट में उतना अधिकतम लम्ब प्रतिबल उपजाता है जितना कि वास्तव में लगे हुए नमन-घूर्ण तथा मरोड़-घूर्ण के सम्मिलित प्रभाव से उपजता है।

2. समतुल्य मरोड़-घूर्ण Equivalent Twisting Moment माना कि T_e समतुल्य मरोड़-घूर्ण है।

अब यदि इससे उपजने वाला कर्तन प्रतिबल,

$$q = q_1$$

तो $$q_1 = \frac{16T_e}{\pi d^3}$$

अथवा $q = \frac{16T}{\pi d^3}$ से, $$T_e = \frac{q_1 \pi d^3}{16}$$

$$T_e = \frac{\pi d^3}{16} \times \frac{16}{\pi d^3}\left[\sqrt{(M^2 + T^2)}\right]$$

$$T_e = \left[\sqrt{(M^2 + T^2)}\right]$$

अत: T_e समतुल्य मरोड़-घूर्ण वह मरोड़-घूर्ण है जो अकेले ही शाफ्ट में उतना अधिकतम कर्तन प्रतिबल उपजाता है जितना कि वास्तव में लगे हुए नमन-घूर्ण तथा मरोड़-घूर्ण के सम्मिलित प्रभाव से उपजता है।

.. असफल होने के सिद्धान्तों की संक्षिप्त विवेचना कीजिए। (2004, 11,12,13)

Briefly explain the principle of failure.

अथवा **अधिकतम मुख्य प्रतिबल विभंग सिद्धान्त का वर्णन कीजिए।** (2015)

Explain the maximum principal stress.

अथवा **अधिकतम अपरूपण प्रतिबल सिद्धान्त पर संक्षिप्त टिप्पणी कीजिए।** (2016)

Briefly explain the maximum deformation principal stress.

TiQuestionBank.com

उत्तर मशीनी अवयव की सामर्थ्य उसके लिए प्रयोग किये गये पदार्थ के यांत्रिक गुणों पर निर्भर करती है। पदार्थ के यांत्रिक गुणों की जानकारी साधारणतया सरल तनाव या सम्पीडन परीक्षणों द्वारा प्राप्त की जाती है, इसलिए एकल अक्षीय प्रतिबलों की दशा में अंग की असफलता को आसानी से ज्ञात किया जा सकता है। परन्तु द्वि-अक्षीय या त्रि-अक्षीय प्रतिबलों की दशा में यह कार्य कठिन तथा जटिल हो जाता है। इसलिए असफलता के कई सिद्धान्तों को प्रयोग किया जाता है। इनमें से कुछ विशेष निम्न प्रकार हैं

1. **अधिकतम मुख्य प्रतिबल विभंग सिद्धान्त या रेंकिन सिद्धान्त** Maximum Principal Stress Theory or Rankine Theory इस सिद्धान्त के अनुसार किसी बिन्दु पर कोई अंग तब असफल होता हैं जब उस बिन्दु पर अधिकतम मुख्य प्रतिबल का मान, पदार्थ के सरल तनाव परीक्षण में उसकी प्रत्यास्था सीमा पर प्रतिबल से अधिक हो जाता है।

   अर्थात् अधिकतम मुख्य प्रतिबल $f_1 > f_{el}$

   जहाँ, $$f_1 = \frac{f_x + f_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{[(f_x - fy)^2 + 4q^2]}$$

   f_x, f_y = बिन्दु पर क्रमशः x तथा y दिशाओं में लम्ब प्रतिबल

   यहाँ, q = बिन्दु पर कर्तन प्रतिबल

   f_{el} = प्रत्यास्थता सीमा पर प्रतिबल,

   साधारणतया इस सिद्धान्त को भंगुर पदार्थों (brittle materials) के लिए प्रयोग किया जाता है। क्योंकि इस सिद्धान्त में कर्तन के कारण असफलता का ध्यान नहीं रखा गया हैं, अतः इसका प्रयोग तन्य पदार्थों (ductile materials) के लिए नहीं किया जाता है।

2. **अधिकतम अपरूपण या कर्तन प्रतिबल सिद्धान्त या कूलम्ब और गैस्ट सिद्धान्त** Maximum Shear Stress Theory or Coulomb and Guest Theory इस सिद्धान्त के अनुसार किसी बिन्दु पर कोई अंग तब असफल होता है जब उस बिन्दु पर अधिकतम कर्तन प्रतिबल का मान पदार्थ के सरल तनाव परीक्षण में उसकी प्रत्यास्थता सीमा पर अधिकतम कर्तन प्रतिबल के बराबर हो जाता है।

   अर्थात् $$q_1 = q_{el}$$

   जहाँ, q_1 = अधिकतम कर्तन प्रतिबल

   $$= \frac{f_1 - f_2}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{[(f_x - f_y)^2 + 4q^2]}$$

   f_1 = अधिकतम मुख्य प्रतिबल

   f_2 = न्यूनतम मुख्य प्रतिबल

   तथा q_{el} = प्रत्यास्थता सीमा पर अधिकतम कर्तन प्रतिबल।

   क्योंकि सरल तनाव या संपीडन परीक्षण में अधिकतम कर्तन प्रतिबल का मान अधिकतम लम्ब प्रतिबल का आधा होता है, इसलिए

   $$q_1 = \frac{f_1 - f_2}{2} = \frac{f_{el}}{2}$$

   $$\therefore \quad f_1 - f_2 = f_{el}$$

   इस सिद्धान्त का अधिकतम प्रयोग तन्य पदार्थों के लिए किया जाता है।

3. **अधिकतम मुख्य या सीधी विकृति सिद्धांत अथवा सेन्ट विनेन्ट सिद्धांत** Maximum Principal or Normal Strain Theory or Saint Venant Theory इसके अनुसार किसी द्वि-अक्षीय प्रतिबल प्रणाली में किसी बिन्दु पर कोई अंग तब असफल होता है जब उस बिन्दु पर अधिकतम मुख्य विकृति पदार्थ के सरल तनाव परीक्षण में पराभव बिन्दु (yield point) पर विकृति के बराबर हो जाती है।

   अर्थात् अधिकतम मुख्य विकृति = पराभव पर विकृति

   इस सिद्धांत का उपयोग केवल विशेष दशाओं में ही होता है।

ITI Question Bank.com

4. अधिकतम विकृति ऊर्जा सिद्धांत अथवा हेग्ज़ सिद्धांत Maximum Strain Energy Theory or Haigh's Theory इसके अनुसार किसी द्वि-अक्षीय प्रतिबल प्रणाली में किसी बिन्दु पर कोई अंग तब असफल होता है जब उसके प्रति इकाई आयतन में विकृति ऊर्जा का मान पदार्थ के सरल तनाव परीक्षण में पराभव बिन्दु पर प्रति इकाई आयतन विकृति ऊर्जा के बराबर हो जाता है।

अर्थात् विकृति ऊर्जा/इकाई आयतन = पराभव पर विकृति ऊर्जा/इकाई आयतन

इस सिद्धांत का उपयोग तन्य पदार्थों के लिए होता है।

5. अधिकतम विरूपण ऊर्जा अथवा कर्तन विकृति ऊर्जा सिद्धांत अथवा हेन्के तथा वॉन माइसेस सिद्धांत Maximum Distortion Energy or Shear Strain Energy Theory or Hencky and Von Mises Theory इसके अनुसार किसी द्वि-अक्षीय प्रतिबल प्रणाली में किसी बिन्दु पर कोई अंग तब असफल होता है जब उसके प्रति इकाई आयतन में विरूपण या कर्तन विकृति ऊर्जा का मान पदार्थ के सरल तनाव परीक्षण में पराभव बिन्दु पर प्रति इकाई विरूपण ऊर्जा के बराबर हो जाता है।

अर्थात् विरूपण ऊर्जा/इकाई आयतन = पराभव पर विरूपण ऊर्जा/इकाई आयतन

इस सिद्धांत का अधिकतम उपयोग विकृति ऊर्जा सिद्धांत के स्थान पर, तन्य पदार्थों के लिए होता है।

ITI Question Bank.com

प्रश्न 8. एक प्रलम्ब क्रैंक-पिन का अभिकल्पन संक्षेप में समझाइए।

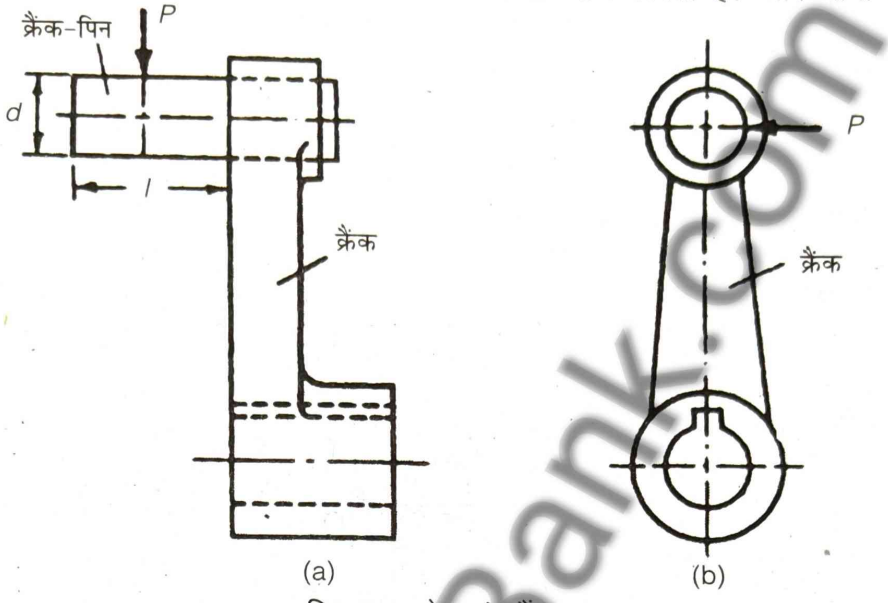
Explain in brief design of over hang crank-pin.

उत्तर **प्रलम्ब क्रैंक-पिन का अभिकल्पन** Design of Over Hang Crank-pin क्रैंक के माध्यम से इन्जन में पिस्टन की पश्चाग्र गति को क्रैंक शाफ्ट की घूर्णन गति में बदला जाता है। दो प्रकार के क्रैंक प्रयोग किये जाते हैं (i) केन्द्र क्रैंक (centre crank) तथा (ii) साइड क्रैंक (side crank) या ओवर-हंग क्रैंक/केन्द्र/क्रैंक में कैंक पिन एक सरल धरन होती है जबकि ओवर-हंग क्रैंक की दशा में कैंटीलीवर होती हैं। क्रैंक-भुजा पर क्रैंक-पिन को प्रैस फिट (press fit) या संकुचन फिट (shrink fit) द्वारा जोड़ा जाता है।

ITI Question Bank.com

क्रैंक-पिन पर पिस्टन दण्ड या संयोजक-दण्ड का सिरा जुड़ा रहता है जो क्रैंक-पिन पर पिस्टन का बल पारेषित करता है। क्रैंक-पिन पर लगा यह बल उसमें नमन तथा बियरिंग या सम्पीडन प्रभाव उपजाता है। साधरणतया बियरिंग दाब का मान अल्प गति इन्जनों में 2 MPa से उच्च गति इन्जनों में 7 MPa तक बदलता है।

चित्र 6.1 में एक क्रैंक-पिन ओवर-हंग क्रैंक पर लगी दिखाई गई हैं। माना कि क्रैंक-पिन पर संयोजक दण्ड या पिस्टन दण्ड द्वारा बल P, उसकी लम्बाई की अक्ष के लम्बरूप तथा बीचों-बीच लगता है। और माना कि



चित्र 6.1 ओवर-हंग क्रैंक

l = क्रैंक-पिन की लम्बाई

d = क्रैंक-पिन का व्यास

f = पिन के पदार्थ में अनुमेय तनाव प्रतिबल

p = पिन के प्रक्षेपित (projected) क्षेत्रफल पर सुरक्षात्मक बियरिंग दाब तीव्रता

अब क्रैंक-पिन को एक कैंटीलीवर मानते हुए उस पर बल P के कारण अधिकतम नमन-घूर्ण

$$M = P \times \frac{l}{2} \qquad \ldots(i)$$

क्रैंक-पिन का बियरिंग के लिए प्रक्षेपित क्षेत्रफल,

$$A = d \times l$$

∴ दाब बल $$P = p \times A = pdl$$

या $$l = \frac{P}{pd} \qquad \ldots(ii)$$

सम्बन्धों (i) तथा (ii) से, $$M = P \times \frac{P}{2pd} = \frac{p^2}{2pd} \qquad \ldots(iii)$$

अब क्रैंक-पिन का प्रतिरोधी नमन-घूर्ण $\left[\frac{M}{I} = \frac{f}{y}\right]$ से,

$$M = \frac{f \times I}{y} = f \times \frac{\pi d^4}{64} \times \frac{2}{d}$$

या $$M = f \times \frac{\pi d^3}{32} \qquad \ldots(iv)$$

बल P के कारण नमन-घूर्ण को प्रतिरोधी नमन-घूर्ण के बराबर रखने पर (अर्थात् 3 तथा 4 से),

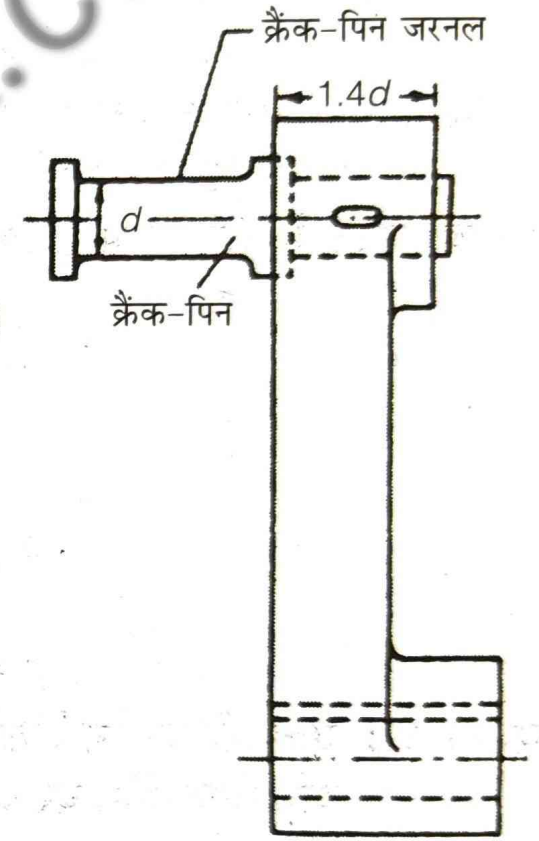
ITI Question Bank.com

$$f \times \frac{\pi d^3}{32} = \frac{P^2}{2pd}$$

या
$$d^4 = \frac{16P^2}{\pi fp} \quad \ldots(v)$$

उपरोक्त सम्बन्ध (v) से क्रैंक-पिन का व्यास ज्ञात किया जाता है।
सामान्यतया क्रैंक-पिन के लिए l/d का अनुपात या जरनल के लिए अनुपात निम्न प्रकार लिया जाता है

$$\frac{l}{d} = \sqrt{\left[\frac{0.2f}{p}\right]} \quad \ldots(vi)$$



चित्र 6.2

अत: सम्बन्धों (v) तथा (vi) की सहायता से,
क्रैंक-पिन का व्यास,

$$d = \sqrt{\left[\frac{P}{(l/d) \times p}\right]} \quad \ldots(vii)$$

खोखली क्रैंक-पिन के लिए,
यदि
d_i = अन्त: व्यास
d_0 = बाह्य व्यास
$\alpha = \frac{d_i}{d_0}$, तब

$$\frac{l}{d_o} = \sqrt{\left[\frac{0.2f(1-\alpha^4)}{p}\right]} \quad \ldots(viii)$$

तथा
$$d_0 = \sqrt{\left[\frac{P}{(l/d) \times P}\right]} \quad \ldots(ix)$$

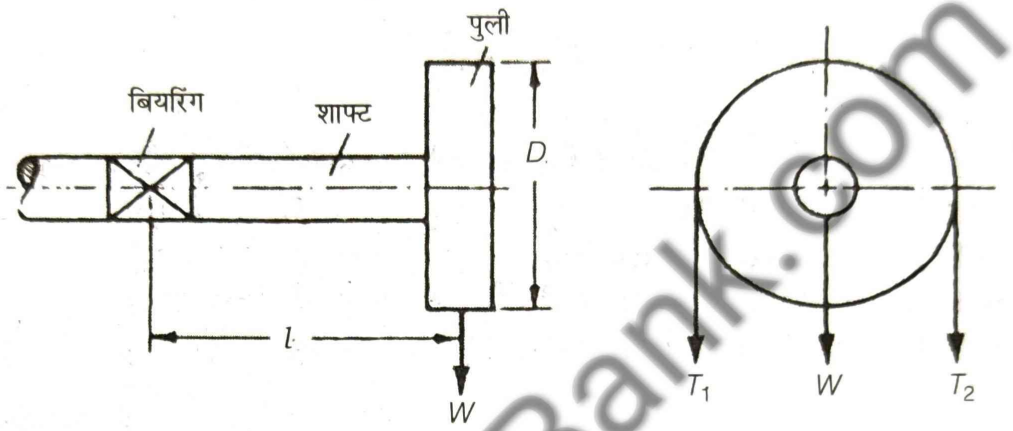
सम्बन्ध (ix) की सहायता से l/d का मान ज्ञात होने पर d_0 का मान ज्ञात किया जा सकता हैं। चित्र 6.2 में क्रैंक-पिन का वास्तविक आकार दिखाया गया है।

ITI Question Bank.com

एक शाफ्ट के व्यास का अभिकल्पन समझाइए जिस पर एक प्रलम्ब-पुली लगी है और पट्टे द्वारा शक्ति-पारेषण होता है।

Explain the design of a shaft diameter, which has a overhang pulli and power transmission through the strip.

हल चित्र 6.4 में शाफ्ट पर एक ओवर-हंग पुली दिखाई गई है जिसे नीचे लगी एक मोटर से चलाया जाता है।



चित्र 6.4

माना कि

D = पुली का व्यास

T_1 = पुली पर पट्टे का खिंचे पक्ष (tight side) में तनाव

T_2 = पुली पर पट्टे का ढीले पक्ष (loose side) में तनाव

w = पुली का भार

l = पुली की केन्द्र रेखा से बियरिंग की केन्द्र रेखा तक दूरी

शाफ्ट द्वारा पारेषित घुमाऊ घूर्ण, $T = (T_1 - T_2) \times \frac{D}{2}$

पुली पर कुल ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर बल, जो कि शाफ्ट के सिरे पर लगता है,
(पट्टे के सिरे ऊर्ध्वाधर मानने पर)

$$W = T_1 + T_2 + w$$

अत: शाफ्ट पर अधिकतम नमन-घूर्ण (शाफ्ट पर भार कैंटीलीवर के रूप में है।),

$$M = W \times l$$

अब शाफ्ट पर मरोड़ घूर्ण T तथा समतुल्य नमन-घूर्ण M की दशा में उस पर समतुल्य मरोड़-घूर्ण T_e तथा समतुल्य नमन-घूर्ण M_e,

$$T_e = \sqrt{(M^2 + T^2)}$$

ITI Question Bank.com

तथा $$M_e = \frac{1}{2}\left[M + \sqrt{(M^2 + T^2)}\right]$$

फिर T_e से शाफ्ट में अधिकतम कर्तन प्रतिबल, $q = \frac{16}{\pi d^3} \times T_e$ ...(i)

तथा M_e से अधिकतम नमन प्रतिबल, $f_b = \frac{32 \times M_e}{\pi d^3}$ ...(ii)

सम्बन्धों (i) तथा (ii) से ज्ञात शाफ्ट व्यास d के मानों की तुलना करने पर अधिक मान ही शाफ्ट का उपयुक्त डिजाइन व्यास होगा।