

# आवश्यक पदार्थ का आगणन

## Estimation of Material Requirement

**प्रश्न 1.** कॉस्टिंग विभाग को कितनी शाखाओं में बाँटा गया है? नाम लिखिए।

**उत्तर** कॉस्टिंग विभाग को निम्न तीन शाखाओं में बाँटा गया है

- (i) लागत निकालना, (ii) लागत नियन्त्रण तथा (iii) लागत अनुमान।

**प्रश्न 2.** आगणक (estimator) किसे कहते हैं?

**उत्तर** वह व्यक्ति, जो आगणन का कार्य करता है, आगणक कहलाता है। आगणक का मुख्य कार्य न्यूनतम सम्भव लागत पर उत्पाद के उत्पादन हेतु आगणन तैयार करना है।

**प्रश्न 3.** किसी नये प्रोजेक्ट से सम्बन्धित आवश्यक जानकारी के प्रमुख अंग लिखिए।

**उत्तर** (i) उत्पादन लागत (ii) बाजार सर्वेक्षण  
(iii) पूँजी निवेश (iv) विक्रय मूल्य तथा (v) प्रशासन एवं प्रबन्ध

**प्रश्न 4.** लागत (costing) को समझाइए।

**उत्तर** लागत के द्वारा किसी उत्पाद पर होने वाले सभी प्रकार के खर्चों को जोड़कर उसकी वास्तविक लागत ज्ञात की जाती है।

**प्रश्न 5.** समबाहु त्रिभुजाकार समतल का क्षेत्रफल लिखिए।

**उत्तर** समबाहु त्रिभुजाकार समतल का क्षेत्रफल =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ .

**प्रश्न 6.** वर्गाकार समतल का क्षेत्रफल तथा परिमाप लिखिए।

**उत्तर** वर्गाकार समतल का क्षेत्रफल = भुजा<sup>2</sup>, वर्गाकार समतल का परिमाप =  $4 \times$  भुजा

**प्रश्न 7.** बेलन का आयतन तथा सतह का क्षेत्रफल लिखिए।

**उत्तर** बेलन का आयतन =  $\pi r^2 h$  तथा सतह का क्षेत्रफल =  $2\pi r(h + r)$

**प्रश्न 8.** खोखले बेलन का आयतन लिखिए।

**उत्तर** खोखले बेलन का आयतन =  $\pi h(r_1^2 - r_2^2)$

**प्रश्न 9.** पिरामिड के छिन्नक का आयतन बताइए।

**उत्तर** आयतन =  $\frac{h}{3}[a_1 + a_2 + \sqrt{(a_1 \times a_2)}]$

जहाँ  $h$  = ऊँचाई तथा  $a_1, a_2$  सिरों के क्षेत्रफल हैं।

**प्रश्न 10.** दीर्घवृत्त (Ellipse) का क्षेत्रफल तथा परिमाप लिखिए।

**उत्तर** क्षेत्रफल =  $\pi ab$  तथा परिमाप =  $\pi(a + b)$

जहाँ  $a$  = लम्बाई तथा  $b$  = चौड़ाई

**प्रश्न 11.** शंकु का आयतन तथा सतह का क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

**उत्तर** आयतन =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ , सतह का क्षेत्रफल =  $\pi r(l + r)$

जहाँ  $l$  = तिर्यक ऊँचाई तथा  $r$  = त्रिज्या है।

**प्रश्न 12.** खोखले गोले का आयतन का सूत्र बताइए।

उत्तर      आयतन =  $\frac{4}{3} \pi (r_1^3 - r_2^3)$

**प्रश्न 13.** शंकु छिन्नक के आयतन तथा सतह क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

उत्तर      आयतन =  $\frac{\pi h}{3} (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \cdot r_2)$  तथा सतह क्षेत्रफल =  $\pi(r_1^2 + r_2^2) + \pi s (r_1 + r_2)$

**प्रश्न 14.** वृत्तीय छल्ले के आयतन तथा सतह क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

उत्तर      आयतन =  $2\pi^2 r^2 R$

सतह क्षेत्रफल =  $4\pi^2 \cdot r \cdot R$

जहाँ  $r$  = छल्ले की वृत्ताकार काट की त्रिज्या

तथा  $R$  = छल्ले की औसत त्रिज्या

**प्रश्न 15.** ऐलुमिनियम तथा ताँबे का घनत्व बताइए।

उत्तर      ऐलुमिनियम का घनत्व =  $2699 \text{ kg/m}^3$  तथा ताँबे का घनत्व =  $8920 \text{ kg/m}^3$

## ITI Question Bank.com

लागत ज्ञात करने से क्या तात्पर्य है? इसके उद्देश्य लिखिए।

**What do you mean understand by costing? Write its objects.**

**उत्तर** लागत ज्ञात करना Costing कोई दुकानदार; जैसे—पुर्जे बेचने वाला या कपड़ा बेचने वाला अपने माल का विक्रय-मूल्य शीघ्र ही आसानी से ज्ञात कर सकता है, क्योंकि वह बनी-बनाई वस्तु खरीदता है। वस्तु के क्रय-मूल्य में, दुकान के खर्चे तथा अपना उचित लाभांश जोड़कर वह विक्रय-मूल्य निकाल लेता है। इसके विपरीत किसी फैक्टरी में,

जहाँ वस्तु का उत्पादन हो रहा है, उसका विक्रय-मूल्य निकालना इतना आसान नहीं, क्योंकि उत्पादन के अन्तर्गत पदार्थ को सैकड़ों प्रक्रमों एवं संक्रियाओं से गुजरना पड़ता है, तब कहीं बाजार में बिक्री योग्य वस्तु या उत्पाद तैयार होता है। इसके साथ-साथ वस्तु के उत्पादन के अन्तर्गत अनेक प्रकार के कच्चे माल का प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप में प्रयोग किया जाता है, विभिन्न प्रकार के कर्मचारी उत्पादन में सहयोग देते हैं, विभिन्न प्रकार की मशीनों एवं उपकरणों का प्रयोग भी किया जाता है, आदि। उपरोक्त के अतिरिक्त एक ही फैक्ट्री में विभिन्न प्रकार के उत्पाद भी तैयार किए जाते हैं। अतः यहाँ उत्पाद के लिए किसी मद का कितना योगदान है तथा उस मद का कितना व्यय भार उत्पाद पर पड़ना चाहिए, यह ज्ञात करना एक जटिल कार्य है। इस क्रिया को सरल एवं व्यापक तथा प्रभावी बनाने के लिए ही लागत (cost) सम्बन्धी अध्ययन किया जाता है।

लागत निर्धारित करने की तकनीक तथा प्रक्रम को लागत ज्ञात करना (costing) कहते हैं। कॉस्टिंग द्वारा किसी उत्पाद पर होने वाले सभी प्रकार के खर्चों को जोड़कर उसकी वास्तविक लागत ज्ञात की जाती है।

लागत ज्ञात करने के अन्तर्गत किसी उत्पाद या कार्य (service) पर होने वाले विभिन्न प्रकार के खर्चों का वर्गीकरण (classification), अभिलेखन (recording) तथा समुचित आवंटन (allocation) किया जाता है।

**लागत ज्ञात करने के उद्देश्य** लागत ज्ञात करने के निम्नलिखित उद्देश्य हैं

- (i) प्रत्येक उत्पाद की लागत ज्ञात करना।
- (ii) प्रत्येक संक्रिया एवं प्रक्रम पर लागत की जानकारी देना जिससे कि श्रमिकों की मजदूरी के नियन्त्रण में सहायता मिल सके।
- (iii) उत्पाद का विक्रय मूल्य निर्धारित करने के लिए वांछित सूचनाएँ उपलब्ध कराना।
- (iv) छोजन (wastage) ज्ञात करने के लिए सूचनाएँ उपलब्ध कराना।
- (v) उत्पाद की पूर्ण लागत कम करने में सहायता प्रदान करना।
- (vi) जब लागत अधिक हो, तो उत्पाद के डिज़ाइन में परिवर्तन का सुझाव प्रदान करना।
- (vii) संस्थान को उसके कार्य-कलापों की मदों में लाभ या हानि का आभास देना।
- (viii) उत्पाद की आगणित लागत तथा वास्तविक लागत की तुलना को आधार प्रदान करना।
- (ix) टेंडर या कोटेशन (tenders or quotation) भरने के लिए वास्तविक अनुमान (estimates) प्रदान करना।

आगणन से क्या तात्पर्य है? आगणन का महत्त्व तथा उद्देश्य बताइए।

**What do you mean understand by estimating? Describe the importance and object of estimating.**

**उत्तर आगणन** Estimating कॉस्टिंग विभाग की एक शाखा लागत अनुमान (cost estimates) है। इस विभाग द्वारा उत्पाद के उत्पादन या कार्य को हाथ में लेने से पहले उस उत्पाद या कार्य पर आने वाली सम्भावित लागत का मानक दशाओं में अनुमान लगाया जाता है। इसी कारण लागत ज्ञात करने की अपेक्षा लागत का अनुमान लगाना एक जटिल कार्य है। लागत का ठीक अनुमान लगाने के लिए फैक्टरी की दशाओं, उत्पादन प्रक्रियाओं, मानक विधियों, संक्रियाओं में लगने वाले समय, कच्चे पदार्थों की मात्रा तथा उनके बाजार भाव तथा गणित आदि की पूर्ण जानकारी होना आवश्यक है। वास्तव में हम कह सकते हैं कि लागत निकालना (cost finding) एक भूतकाल का अभिलेख (record) है, जबकि आगणन (estimating) भविष्य की पूर्व सूचना है।

उपरोक्त विवरण को ध्यान में रखते हुए हम कह सकते हैं कि आगणन किसी उत्पाद को बनाने से पहले या कार्य को हाथ में लेने से पहले उस पर होने वाली सम्भावित लागत का अनुमान लगाने की कला है। आगणन के अन्तर्गत ही उत्पाद के लिए वांछित कच्चे-माल की कोटि (quality) तथा मात्रा और श्रम तथा बनाने में लगने वाले समय की गणना की जाती है।

**आगणन का महत्त्व** Importance of Estimating किसी उत्पाद के उत्पादन या कार्य का प्रारम्भ करने से पहले यथार्थ आगणन किया जाता है जिससे यह सुनिश्चित हो सके कि अमुक उत्पाद का उत्पादन या कार्य लाभप्रद होगा या हानिकारक। न्यून तथा अधिक आगणन (under and over estimating) दोनों ही ठीक नहीं। न्यून-आगणन से प्रतिष्ठान को हानि होती है जबकि अधिक आगणन से भरे गये टेंडर या कोटेशन से समुचित अनुक्रिया (response) की सम्भावना कम हो जाती है। अतः यथार्थ आगणन परमावश्यक है जिसके लिए आगणन विभाग में कार्यरत व्यक्ति योग्य, अच्छी

प्रकार से प्रशिक्षित तथा अनुभवशील होने चाहिए। आगणन द्वारा इस बात का भी ज्ञान होता है कि अमुक वस्तु या पुर्जे को बनाया जाये या बना-बनाया ही बाजार से खरीदा जाये। आगणन किसी उत्पाद का विक्रय मूल्य निर्धारित करने में सहायक होता है।

**आगणन के उद्देश्य** Objective of Estimating आगणन के उद्देश्य निम्नलिखित हैं

- (i) प्रतिष्ठान को उत्पादन या विक्रय नीतियों के सम्बन्ध में सहायता देना।
- (ii) टेंडर या कोटेशन भरने में सहायता देना।
- (iii) ऊपरी खर्चों (overheads) को निर्धारित करने में सहायक होता है, जिससे इनकी वास्तविक फैक्ट्री ऊपरी खर्चों (factory overheads) से तुलना की जा सकती है।
- (iv) समय अध्ययन (time study) के पश्चात् यह मजदूरों की मजदूरी-दर (wage rate) निर्धारण में सहायक होता है।
- (v) अमुक पदार्थ या वस्तु को बाजार से खरीदना चाहिए या स्वयं बनाना चाहिए, इस बात को निर्धारित करने में भी आगणन सहायक होता है।

**प्रश्न 3.** आगणन के कार्य लिखिए।

**Write the work of estimating.**

**उत्तर** आगणन के प्रमुख कार्य निम्न प्रकार हैं

- (i) विभिन्न निर्माण संक्रियाओं के लिए दी गई छूट को ध्यान में रखते हुए आवश्यक कच्चे-माल पर लागत ज्ञात करना।
- (ii) मजदूरी-दर (wage rate) की सहायता से मजदूरी समय को ध्यान में रखते हुए मजदूरी लागत ज्ञात करना।
- (iii) बाजार से खरीदे जाने वाले माल की लागत ज्ञात करना।
- (iv) बाजार से खरीदे जाने वाले औजारों तथा उपकरणों की लागत ज्ञात करना।
- (v) विक्रय, पैकिंग तथा परिवहन (transportation) को सम्मिलित करते हुए विभिन्न ऊपरी खर्चे ज्ञात करना।
- (vi) पूर्ण लागत में उचित लाभांश जोड़कर विक्रय मूल्य निर्धारित करना।
- (vii) समय तथा चाल अध्ययन (time and motion study) करना।
- (viii) उत्पादन से सम्बन्धित आधुनिक निर्माण तकनीकों, प्रक्रियाओं तथा उपकरणों की जानकारी रखना।
- (ix) भविष्य में सन्दर्भ हेतु विभिन्न पूर्व आगणनाओं को भली प्रकार से सम्भाल कर रखना।
- (x) उत्पाद के सम्बन्ध में उसके पदार्थ की कोटि तथा निर्माण संक्रियाओं के सन्दर्भ में विभिन्न विभागों से सम्पर्क बनाये रखना।
- (xi) उत्पाद के डिजाइन तथा उत्पादन हेतु अति मितव्ययी (most economical) विधि ज्ञात करना।
- (xii) उत्पाद के डिजाइन में सुधार हेतु सहायता करना।
- (xiii) विक्रय लागत पर नियन्त्रण में सहायता करना।

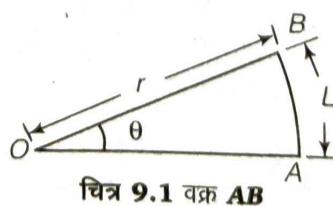
**प्रश्न 4.** विभिन्न आकारों के क्षेत्रफल के व्यंजक लिखिए।

(2011)

**Write an expression of the area of various size.**

**उत्तर** यहाँ हम क्षेत्रमिति से सम्बन्धित विभिन्न प्रायोगिक सूत्रों की जानकारी प्राप्त करेंगे।

1. वक्र की लम्बाई (चित्र 9.1)



वक्र AB की लम्बाई,

$$AB = L = r\theta$$

यहाँ,  $\theta$  रेडियन में है।

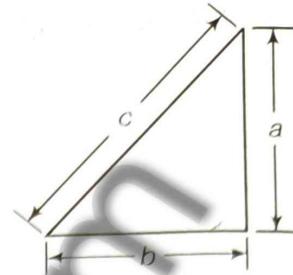
## 2. समकोणीय त्रिभुजाकार समतल (चित्र 9.2)

$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{a \times b}{2}$$

$$= \sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}$$

जहाँ,

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\text{परिमाप}}{2}$$



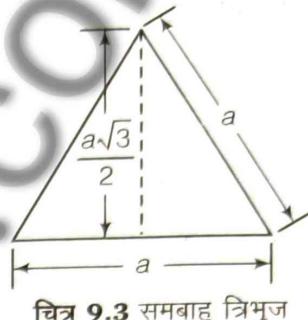
चित्र 9.2 समकोण त्रिभुज

## 3. समबाहु त्रिभुजाकार समतल (चित्र 9.3)

$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \text{ आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

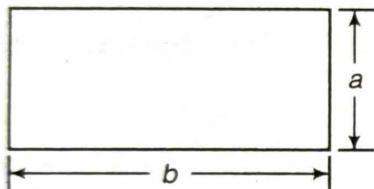
$$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 0.433a^2$$



चित्र 9.3 समबाहु त्रिभुज

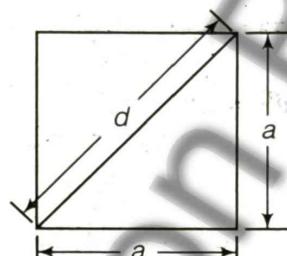
## 4. आयताकार समतल (चित्र 9.4)



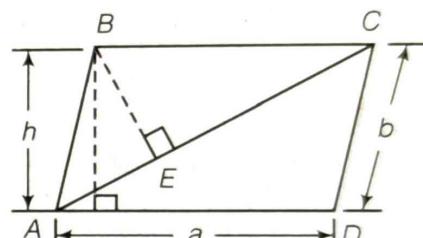
चित्र 9.4 आयत

$$\text{क्षेत्रफल} = a \times b = ab$$

$$\text{परिमाप} = 2(a+b)$$



चित्र 9.5 वर्ग



चित्र 9.6 समान्तर चतुर्भुज

## 5. वर्गाकार समतल (चित्र 9.5)

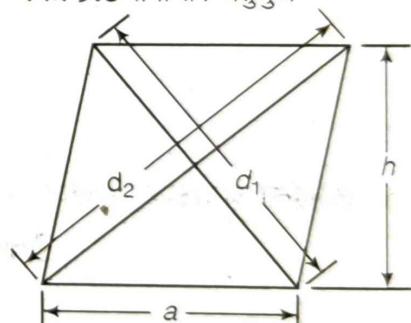
$$\text{क्षेत्रफल } a \times a = a^2 = \frac{d^2}{2}$$

$$\text{परिमाप} = 4a$$

## 6. समान्तर चतुर्भुजाकार समतल (चित्र 9.6)

$$\text{क्षेत्रफल} = a \times h = AC \times BE$$

$$\text{परिमाप} = 2(a+b)$$



चित्र 9.7 समचतुर्भुज

## 7. समचतुर्भुजाकार समतल (चित्र 9.7)

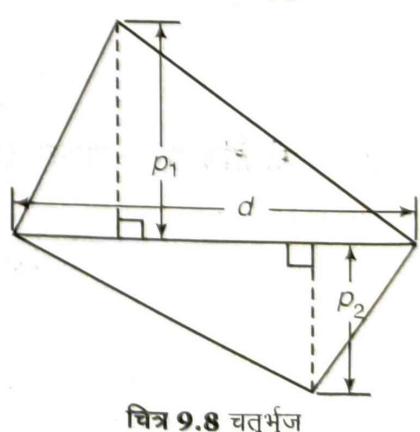
$$\text{क्षेत्रफल} = a \times h = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$\text{परिमाप} = 4a$$

## 8. चतुर्भुजाकार समतल (चित्र 9.8)

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{विकर्ण} \times \text{ऑफसेट का जोड़}$$

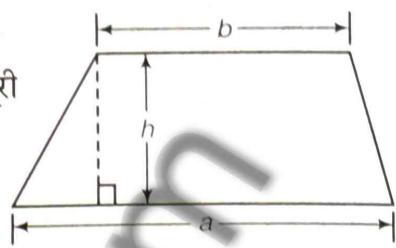
$$= \frac{1}{2} \times d \times (p_1 + p_2)$$



चित्र 9.8 चतुर्भुज

9. समलम्ब चतुर्भुजाकार समतल (चित्र 9.9)

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} (\text{सामान्तर भुजाओं का जोड़}) \times \text{उनके बीच की दूरी} \\ &= \frac{1}{2} (a + b) \times h \end{aligned}$$

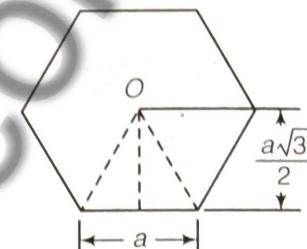


चित्र 9.9

10. समष्टभुजाकार समतल (चित्र 9.10)

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= \frac{6}{2} \times a \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3 \times \sqrt{3}}{2} \times a^2 \end{aligned}$$

$$\text{परिमाप} = 6a$$



चित्र 9.10 समष्टभुज

11. समअष्टभुजाकार समतल (चित्र 9.11)

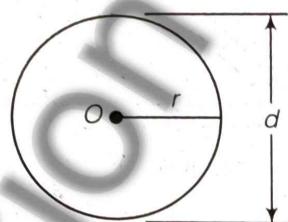
$$\text{क्षेत्रफल} = 2a^2(\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{परिमाप} = 8a$$

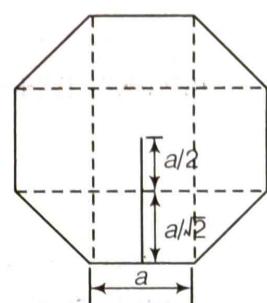
12. वृत्ताकार समतल (चित्र 9.12)

$$\text{क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$\text{परिमाप} = 2\pi r = \pi d$$



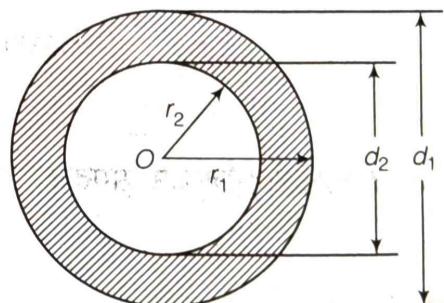
चित्र 9.12 वृत्त



चित्र 9.11 समअष्टभुज

13. खोखला वृत्ताकार समतल (चित्र 9.13)

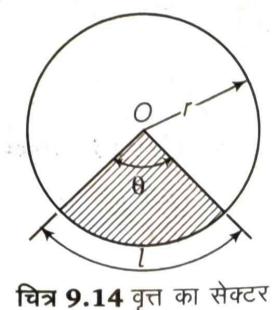
$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल (छायादार)} &= \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_2^2) \\ &= \pi(r_1^2 - r_2^2) \end{aligned}$$



चित्र 9.13 खोखला वृत्त

14. वृत्त की द्वैत्रिज्य या सेक्टर (चित्र 9.14)

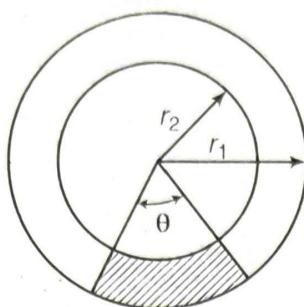
$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल (छायादार)} &= \frac{\text{खण्ड का कोण}}{2\pi} \times \text{वृत्त का क्षेत्रफल} \\ &= \frac{\theta}{2\pi} \times \pi r^2 = \frac{\theta r^2}{2} = \frac{l r}{2} \end{aligned}$$



चित्र 9.14 वृत्त का सेक्टर

15. खोखले वृत्त का द्वै-त्रिज्य (चित्र 9.15)

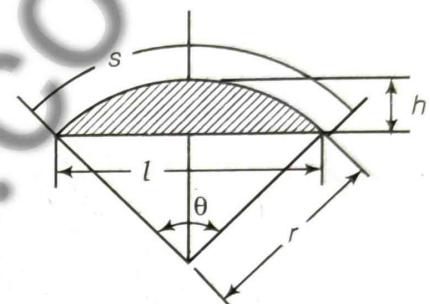
$$\text{क्षेत्रफल (छायादार)} = \frac{\theta}{2\pi} \times \pi(r_1^2 - r_2^2) = \frac{\theta}{2} (r_1^2 - r_2^2)$$



चित्र 9.15 खोखले वृत्त का सेक्टर

16. वृत्त का खण्ड या सेगमेन्ट (चित्र 9.16)

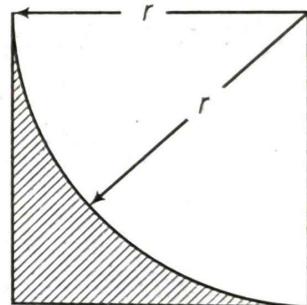
$$\begin{aligned}\text{क्षेत्रफल (छायादार)} &= \text{द्वै-त्रिज्य - त्रिभुज} \\ &= \frac{\theta r^2}{2} - \frac{r^2}{2} \sin \theta \\ &= \frac{r^2}{2} (\theta - \sin \theta) \\ &= \frac{1}{2} [r(s - l) + lh]\end{aligned}$$



चित्र 9.16 वृत्त का सेगमेन्ट

17. फिलेट (चित्र 9.17)

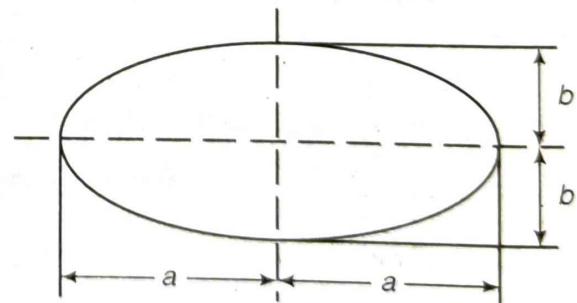
$$\begin{aligned}\text{क्षेत्रफल (छायादार)} &= r^2 - \frac{\pi r^2}{4} \\ &= r^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 0.215r^2 = \frac{1}{5}r^2 \text{ (लगभग)}\end{aligned}$$



चित्र 9.17 फिलेट

18. दीर्घवृत्त (चित्र 9.18)

$$\begin{aligned}\text{क्षेत्रफल} &= \pi ab \\ \text{परिमाप} &= \pi(a + b)\end{aligned}$$

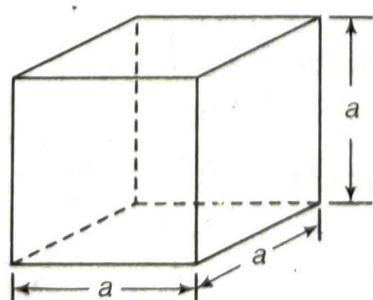


चित्र 9.18 दीर्घवृत्त

19. घन (चित्र 9.19)

$$\text{आयतन} = a^3$$

$$\text{सतह का क्षेत्रफल} = 6a^2$$

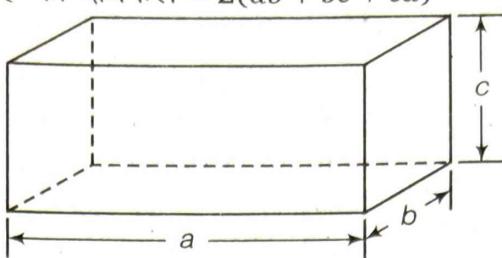


चित्र 9.19 घन

## 20. आयतज (चित्र 9.20)

$$\text{आयतन} = abc$$

$$\text{सतह का क्षेत्रफल} = 2(ab + bc + ca)$$



चित्र 9.20 आयतज

## 21. समपार्श्व (चित्र 9.21)

- (i) लम्ब समपार्श्व [चित्र 9.21 (a)]

$$\text{आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{सतह का क्षेत्रफल} = \text{सिरों के क्षेत्रफल} + \text{सतहों की संख्या} \times ah$$

- (ii) तिर्यक समपार्श्व [चित्र 9.21 (b)]

$$\text{आयतन} = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

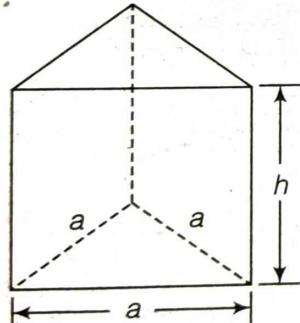
$$= \text{लम्ब काट का क्षेत्रफल} \times \text{साइड किनार की लम्बाई}$$

$$\text{सतह का क्षेत्रफल} = \text{लम्ब काट का परिमाप} \times \text{साइड किनार की लम्बाई} + \text{सिरों का क्षेत्रफल}$$

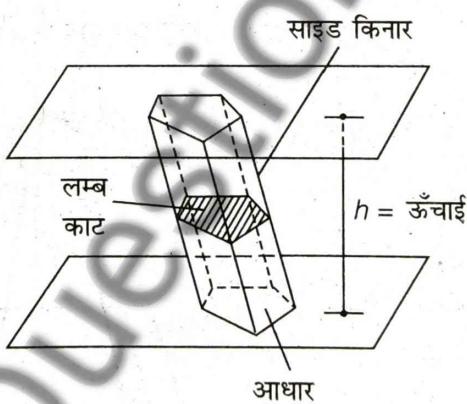
- (iii) लम्ब समपार्श्व का तिर्यक छिन्नक [चित्र 9.21 (c)]

$$\text{आयतन} = \text{लम्ब काट का क्षेत्रफल} \times \text{दो आधारों के गुरुत्व केन्द्रों के बीच दूरी}$$

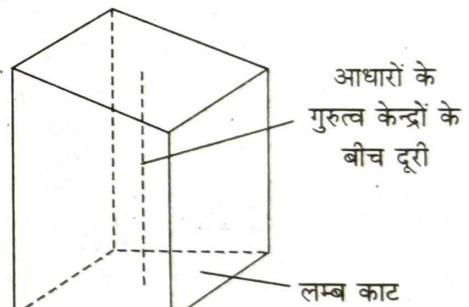
$$\text{सतह क्षेत्रफल} = \text{लम्ब काट का परिमाप} \times \text{दोनों आधारों की परिमापों के गुरुत्व केन्द्रों के बीच की दूरी + आधारों का क्षेत्रफल}$$



चित्र 9.21 (a) लम्ब प्रिज्म



चित्र 9.21 (b) तिर्यक प्रिज्म



चित्र 9.21 (c) लम्ब प्रिज्म का तिर्यक छिन्नक

## 22. बेलन (चित्र 9.22)

- (i) लम्ब बेलन [चित्र 9.22 (a)]

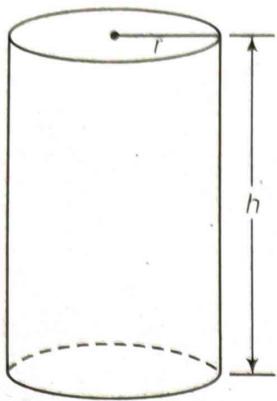
$$\text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\text{सतह का क्षेत्रफल} = 2\pi r(h + r)$$

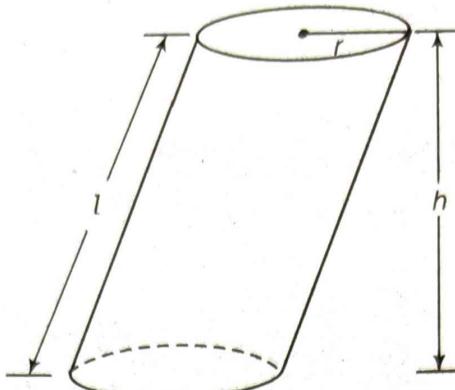
- (ii) तिर्यक बेलन [चित्र 9.22 (b)]

$$\text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\text{सतह क्षेत्रफल} = 2\pi r(l + r)$$



चित्र 9.22 (a) लम्ब बेलन



चित्र 9.22 (b) तिर्यक

(iii) लम्ब बेलन का तिर्यक छिन्क [चित्र 9.22 (c)]

आयतन = लम्ब काट का क्षेत्रफल × दो आधारों के गुरुत्व केन्द्रों के बीच दूरी

$$= \pi r^2 \times l$$

सतह क्षेत्रफल = लम्ब काट की परिमाप × दोनों आधारों की परिमापों के गुरुत्व केन्द्रों के बीच  
दूरी

$$= 2\pi rl$$

(iv) खोखला बेलन

$$\text{आयतन} = \pi(r_1^2 - r_2^2)h$$

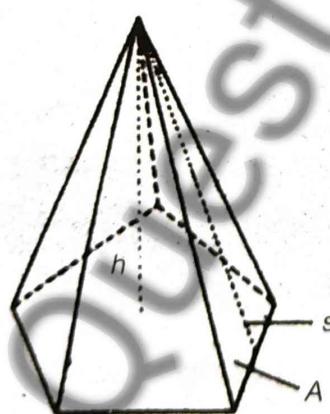
जहाँ,  $h$  = ऊँचाई,  $r_1$  = बाह्य त्रिज्या,  $r_2$  = अन्तः त्रिज्या

### 23. सूचीस्तम्भ (चित्र 9.23)

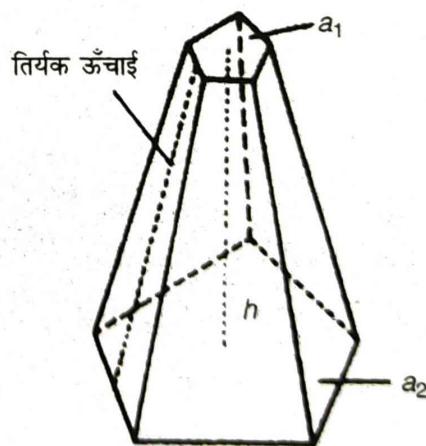
$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{लम्ब ऊँचाई} = \frac{1}{3} \times A \times h$$

सतह क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \text{आधार की परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई} + \text{आधार का क्षेत्रफल}$

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार की परिमाप} \times s + \text{आधार का क्षेत्रफल}$$



चित्र 9.23 पिरामिड



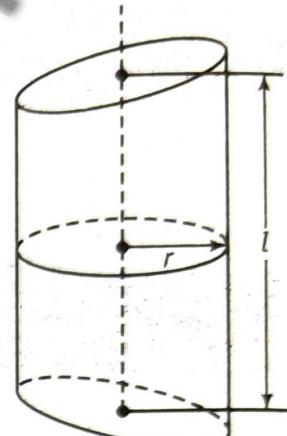
चित्र 9.24 पिरामिड का छिन्क

### 24. सूचीस्तम्भ छिन्क (चित्र 9.24)

$$\text{आयतन} = \frac{h}{3} [a_1 + a_2 + \sqrt{(a_1 \times a_2)}]$$

जहाँ,  $h$  = ऊँचाई तथा  $a_1, a_2$  सिरों के क्षेत्रफल हैं।

$$\text{सतह क्षेत्रफल} = a_1 + a_2 + \frac{1}{2} \text{तिर्यक ऊँचाई} \times \text{आधारों की परिमापों का जोड़}$$



चित्र 9.22(c) लम्ब बेलन का तिर्यक छिन्क

25. शंकु (चित्र 9.25)

$$\begin{aligned}\text{आयतन} &= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई} \\ &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{सतह क्षेत्रफल} &= \pi r^2 + \pi r l \\ &= \pi r (r + l) \\ &= \pi r [r + \sqrt{(h^2 + r^2)}] \\ l &= \sqrt{(h^2 + r^2)}\end{aligned}$$

क्योंकि

26. शंकु छिन्नक (चित्र 9.26)

$$\text{आयतन} = \frac{\pi h}{3} (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$\text{सतह क्षेत्रफल} = \pi(r_1^2 + r_2^2) + \pi s(r_1 + r_2)$$

27. गोला (चित्र 9.27)

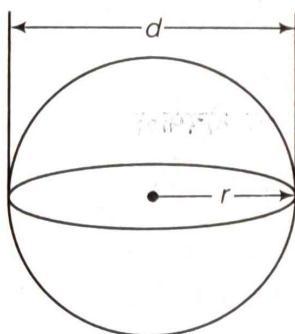
(i) ठोस गोला [चित्र 9.27 (a)]

$$\text{आयतन} = \frac{\pi d^3}{6} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

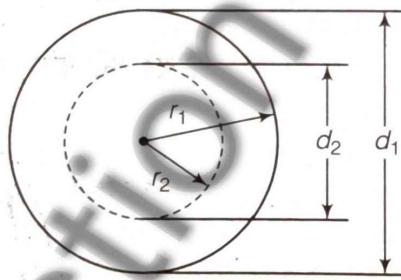
$$\text{सतह क्षेत्रफल} = \pi d^2 = 4\pi r^2$$

(ii) खोखला गोला [चित्र 9.27 (b)]

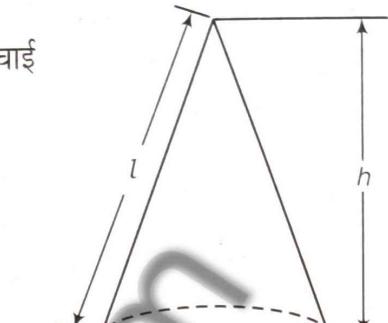
$$\begin{aligned}\text{आयतन} &= \frac{\pi}{6} (d_1^3 - d_2^3) \\ &= \frac{4}{3} \pi (r_1^3 - r_2^3)\end{aligned}$$



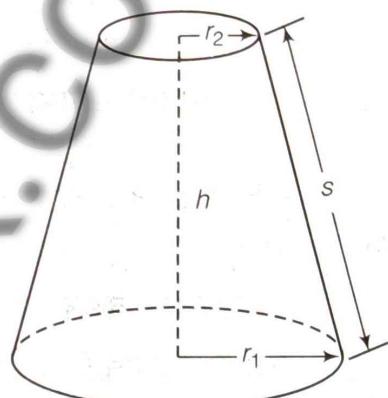
चित्र 9.27(a) ठोस गोला



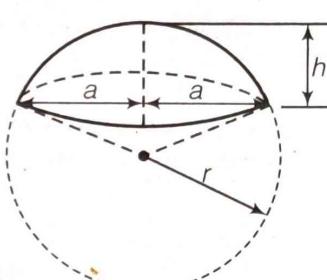
चित्र 9.27(b) खोखला गोला



चित्र 9.25 शंकु



चित्र 9.26 शंकु का छिन्नक



चित्र 9.27(c) गोले का सेगमेन्ट

(iii) गोले का खण्ड [चित्र 9.27 (c)]

$$\text{आयतन} = \frac{\pi h^2}{3} (3r - h)$$

$$\begin{aligned}\text{आयतन} &= \frac{\pi h}{6} (3a^2 + h^2) \text{ तथा सतह क्षेत्रफल} \\ &= \pi a^2 + 2\pi r h\end{aligned}$$

अथवा,

(iv) गोले का क्षेत्र [चित्र 9.27 (d)]

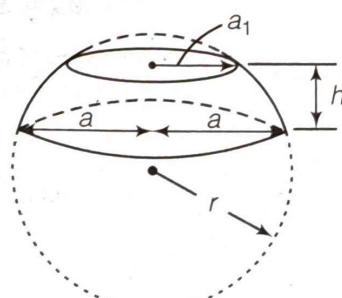
$$\text{आयतन} = \frac{\pi h}{6} [3(a^2 + a_1^2) + h^2]$$

$$\text{सतह क्षेत्रफल} = \pi(a^2 + a_1^2) + 2\pi r h$$

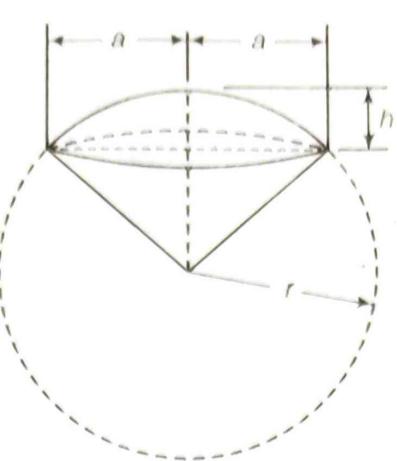
(v) गोले का द्वैत्रिज्य [चित्र 9.27 (e)]

$$\text{आयतन} = \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{सतह क्षेत्रफल} = 2\pi r h + \pi r a$$



चित्र 9.27(d) गोले का क्षेत्र



चित्र 9.27(e) गोले का द्वै-त्रिज्या

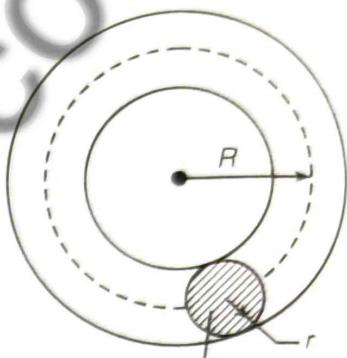
28. वृत्तीय छल्ला (चित्र 9.28)

$$\begin{aligned}\text{आयतन} &= \text{काट का क्षेत्रफल} \times \text{औसत लम्बाई} \\ &= \pi r^2 \times 2\pi R \\ &= 2\pi^2 r^2 R\end{aligned}$$

जहाँ,  $r$  = छल्ले की वृत्ताकार काट की त्रिज्या

$R$  = छल्ले की औसत त्रिज्या

$$\begin{aligned}\text{सतह क्षेत्रफल} &= \text{काट की परिमाप} \times \text{औसत लम्बाई} \\ &= 4\pi^2 r \cdot R\end{aligned}$$



छल्ले की काट

चित्र 9.28 वृत्तीय छल्ला (रिंग)

प्रश्न 5. ढलवाँ लोहे का एक अवयव एक शंकु छिन्नक के रूप का है जिसका ऊपर का व्यास 40 mm तथा आधार व्यास 90 mm है तथा ऊँचाई 60 mm है। इसमें आर पार एक बेलनाकार अक्षीय छिद्र है जिसका व्यास 25 mm है। यदि पदार्थ का घनत्व  $7500 \text{ kg/m}^3$  है, तब इस छिन्नक का भार क्या होगा ? सभी विमाएँ mm में हैं। (2008)

One component of the cast iron is form of a cone frustum whose diameter above 40 mm and the base diameter is 90 mm and height is 60 mm. A cross sectional cylindrical axial area whose diameter is 25 mm. If the density of the substance is  $7500 \text{ kg/m}^3$ , then what will be the weight of this frustrating? All dimension are in mm.

छल

चित्रानुसार बिना छिद्र कटे, शंकु छिन्नक का आयतन

$$V_1 = \frac{\pi h}{3} [r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2] \text{ से,}$$

$$r_1 = 20, r_2 = 45 \text{ तथा } h = 60 \text{ रखने पर, } V_1 = \frac{\pi \times 60}{3} [20^2 + 45^2 + 20 \times 45]$$

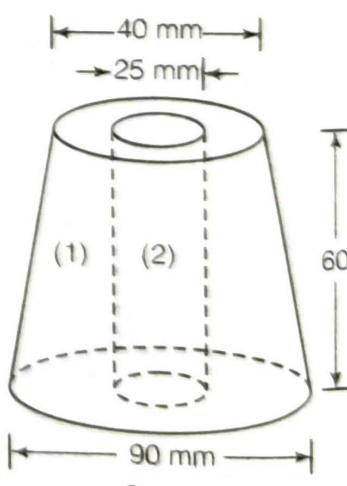
$$= 208810 \text{ mm}^3$$

काटे गये बेलनाकार छिद्र का आयतन (यहाँ,  $r = 12.5 \text{ mm}$ )

$$\therefore V_2' = \pi r^2 \cdot h = \pi \times (12.5)^2 \times 60 = 29437.5 \text{ mm}^3$$

∴ शेष बचे हुए शंकु छिन्नक का आयतन

$$\begin{aligned}V &= V_1 - V_2 = 208810 - 29437.5 \\ &= 179372.5 \text{ mm}^3\end{aligned}$$



चित्र 9.29

$$\text{शंकु छिन्नक का भार} = \frac{7500 \times 179372.5}{10^9} = 1.3452 \text{ kg}$$

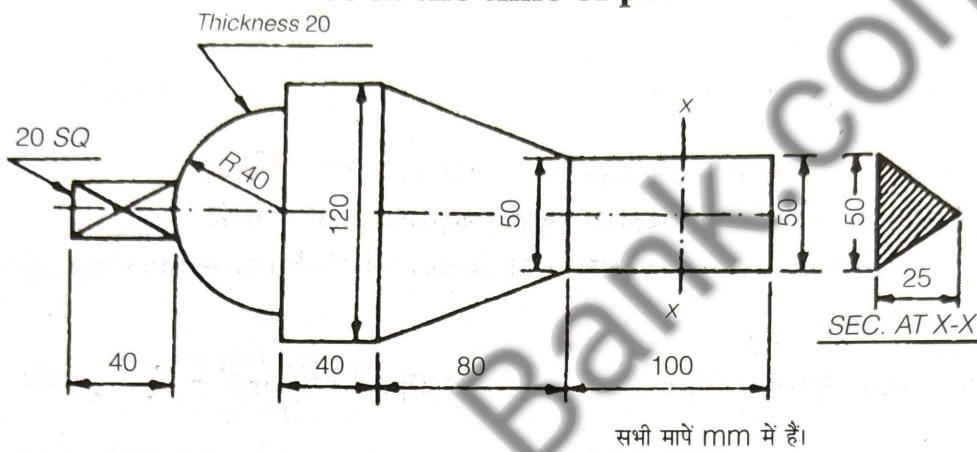
$$+ [40 \times 40 - \sqrt{(15 \times 5 \times 5 \times 5)} \\ = 50707.96 + 363.5 + 1556.7 = 52628.16 \text{ cm}^2$$

अतः अन्तिम अवयव का सतह क्षेत्रफल =  $282993.2 + 52628.16 = 335621.36 \text{ cm}^2$

(iv) अब पेन्ट करने का मूल्य =  $335621.36 \times 1.2 = ₹402745.63$

चित्र 9.46 में दर्शाये गये मशीन अवयव के 50 खण्डों को बनाने के लिए पदार्थ के सकल भार की गणना कीजिए। अवयव मृदू-इस्पात के बने हैं जिसका घनत्व  $7.8 \text{ g/cm}^3$  है। मान लीजिए कि उत्पादन के समय क्षय पदार्थ, परिसर्जित पदार्थ का 8% है।

**Calculate the gross load of matter to form 50 sections of the machine component shown in the figure 9.45. Components are made of soft steel, whose density is  $7.8 \text{ g/cm}^3$ . Assume that the lost substance is 8% of contraband substance at the time of production.**



चित्र 9.46

हल चित्र 9.44 के अनुसार बायों ओर से विभिन्न आकृतियों के आयतनों का योग (सभी मापें सेमी में रखने पर)  
= मशीन अवयव का आयतन

$$\begin{aligned} &= (2 \times 2 \times 4) + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi (4^3 - 2^3) \\ &\quad + \frac{\pi}{4} \cdot 12^2 \times 4 + \frac{\pi}{3} \cdot 8(6^2 + 2.5^2 + 6 \times 2.5) + \frac{1}{2} \times 5 \times 2.5 \times 10 \\ &= 10 + 117.286 + 452.389 + 479.616 + 62.5 \\ &= 1127.791 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

एक अवयव का भार =  $1127.791 \times 7.8 \times 10^{-3} \times 9.81$

फिर 50 अवयवों का भार,

$$W_1 = 1127.791 \times 7.8 \times 10^{-3} \times 9.81 \times 50 = 4314.82 \text{ N}$$

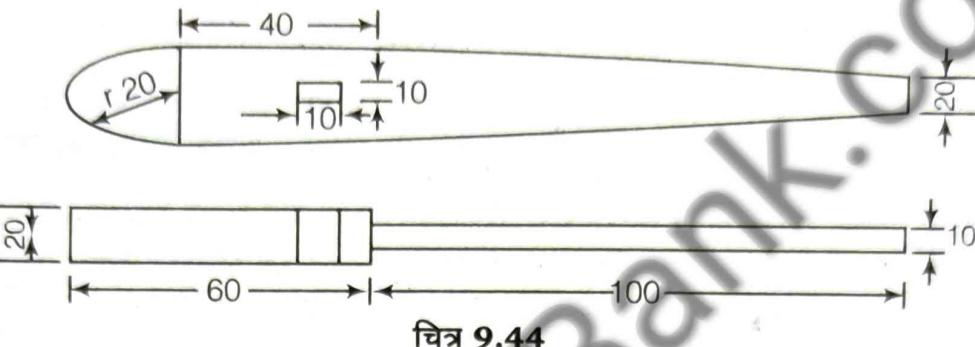
$$\text{फिर क्षय-पदार्थ} = W_2 = 4314.82 \times \frac{8}{100} = 345.186 \text{ N}$$

अतः पदार्थ का सकल भार,

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 = 4314.82 + 345.186 \\ &= 4660 \text{ N (लगभग)} \end{aligned}$$

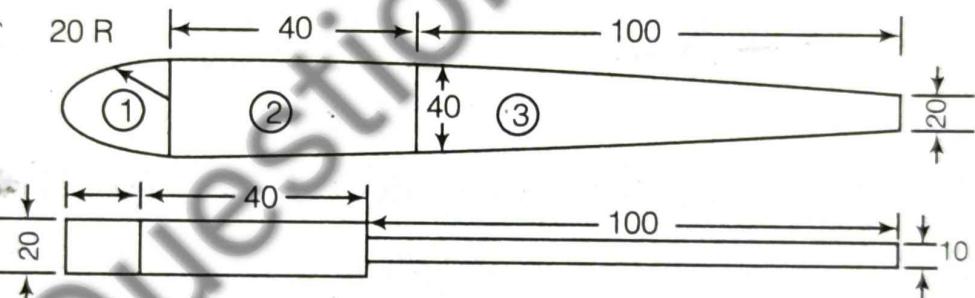
चित्र 9.44 में दर्शाए लीवर को फोर्जिंग करने के लिए स्टॉक (stock) की आवश्यक लम्बाई ज्ञात कीजिए। हानि को नजरनदाज करते हुए, स्टॉक 20 mm व्यास की छड़ मानिए। वर्गाकार छिद्र को बाद में पंच करना है। (2016)

**Find the required length of the stock for forging lever shown in figure 9.44. By ignoring the losses, let the diameter of stock be 20 mm. Punch the square hole after it.**



चित्र 9.44

**हल** चित्र 9.44 में लीवर (lever) के प्लान तथा ऐलीवेशन को प्रदर्शित किया गया है। इस लीवर को चित्र 9.45 के अनुसार तीन टुकड़ों में बाँटकर आयतन ज्ञात करते हैं। वर्गाकार छिद्र को प्रश्नानुसार गणना में नहीं लेते हैं।



चित्र 9.45

**भाग-1 का आयतन :**

$$V_1 = \frac{1}{2} (\pi r^2) \times h = \frac{1}{2} (\pi \times 20^2) \times 20 = 12566.37 \text{ mm}^3$$

**भाग-2 का आयतन :**

$$V_2 = 40 \times 40 \times 20 = 32,000 \text{ mm}^3$$

**भाग-3 का आयतन :**

$$V_3 = \left[ \frac{1}{2} (20 + 40) \times 100 \right] \times 10 = 30,000 \text{ mm}^3$$

लीवर में पदार्थ का आयतन ( $V$ ) =  $V_1 + V_2 + V_3 = 74566.37 \text{ mm}^3$

स्टॉक छड़ का आवश्यक आयतन ( $V_s$ ) =  $\pi r^2 l = \pi \times (10^2) \times l$

[जहाँ,  $r = 10$  (छड़ की त्रिज्या)]

अब  $V = V_s$  रखने पर,  $74566.37 = \pi \times 100 \times l$

$$\therefore l = \text{छड़ की आवश्यक लम्बाई} = \frac{74566.37}{100 \times \pi} = \mathbf{237.35 \text{ mm}} \text{ माना } \mathbf{238 \text{ mm}}$$

उत्पादन की वह मात्रा जो लाभ दे, उसे ब्रेक इवेन विश्लेषण द्वारा किस प्रकार ज्ञात करेंगे? समझाइए।

**The amount of production that give the benefit, how to find it through break even analysis?**

(2015)

**उत्तर** ब्रेक इवेन गणना Break Even Analysis कोई उद्योग या व्यापार ब्रेक इवेन कहलाता है जब इसकी कुल आय (revenue), कुल लागत (खर्च) के ठीक बराबर होती है। ब्रेक इवेन विश्लेषण इस बात को लागू करता है कि उत्पादन की किसी मात्रा के लिये कुल लागत एवं कुल आय बराबर होंगे। अतः “ब्रेक इवेन बिन्दु उत्पादन या विक्रय की वह मात्रा है जिस पर न तो लाभ होता है और न हानि होती है।” इस प्रकार जब उत्पादन की मात्रा ब्रेक इवेन बिन्दु से अधिक होती है तो उद्योग में लाभ होता है और जब कम होती है तो उद्योग में हानि होती है।

$$\text{B.E.P. पर मात्रा (N)} = \frac{\text{स्थिर लागत}}{(\text{प्रति इकाई चल लागत} - \text{प्रति इकाई विक्रय मूल्य})}$$

लाभ-अलाभ विश्लेषण, जिसे “समविच्छेद विश्लेषण” भी कहते हैं, किसी कारखाने की लागत उत्पादन मात्रा एवं आय के बीच अन्तर्सम्बन्ध स्थापित करता है तथा यह तय करता है कि कारखाने को न्यूनतम कितनी आय होनी चाहिए ताकि वह घाटे में न रहे, भले ही लाभ हो या न हो। इस विश्लेषण द्वारा लाभ-अलाभ स्थिति का संकेत होता है, चित्र में बिन्दु A से यह स्थिति प्रदर्शित की गयी है। इस विश्लेषण के लिए कारखाने की नियत एवं परिवर्तन लागतें ज्ञात होनी चाहिए, क्योंकि यह विश्लेषण अंशदान सीमान्त (contribution margin) की संकल्पना पर आधारित है।

