

कर्तन बल एवं नमन घूर्ण (Shear Force and Bending Moment)

प्रश्न 1. निम्न पदों को समझाइये-

- (i) धरन (ii) बाहर निकली धरन
- (iii) नतिपरिवर्तन बिन्दु

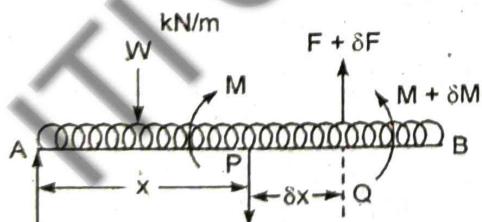
उत्तर: (i) धरन: “धरन किसी संरचना का वह सदस्य है जिस पर उसकी अक्ष के लम्बवत् बाह्य बल कार्य करते हैं।”

(ii) बाहर निकली धरन: इस प्रकार की धरन का एक सिरा या दोनों सिरे टेकों से बाहर निकले होते हैं। यदि एक सिरा बाहर निकला हुआ है तो उसे एक सिरा निकली धरन और दोनों सिरे बाहर निकले हुए हों तो उसे दोनों सिरे बाहर निकली धरन कहते हैं।

(iii) नतिपरिवर्तन बिन्दु: किसी भारित धरन का नमन आघूर्ण आरेख जिस बिन्दु पर चिन्ह बदलता है और जिस बिन्दु पर शून्य होगा उस बिन्दु को नति परिवर्तन कहते हैं।

प्रश्न 2. भार, अपरूपण बल तथा बंकन आघूर्ण के लिए चिन्ह परिपाठी का उल्लेख करते हुए उनमें आपसी सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2003, 08, 09)

उत्तर: माना कि एक धरन पर समवितरित भार $W \text{ kN/m}$ परिमाण का लगा हुआ है। माना कि धरन के बायें सिरे A से x दूरी पर δx लम्बाई का PQ भाग है।



माना कि P पर कर्तन बल = F

Q पर कर्तन बल = F + delta F

P पर बंकन आघूर्ण = M

(2009)

$$Q \text{ पर बंकन आघूर्ण} = M + \delta M$$

PQ भाग की सन्तुलन की दशा में,

$$F + \delta F = F + W \times \delta x$$

$$\delta F = W \times \delta x$$

$$\frac{\delta F}{\delta x} = W$$

दूरी के सापेक्ष अपरूपण बल के परिवर्तन की दर का मान भार की तीव्रता के बराबर होता है।

इस प्रकार 'Q' पर आघूर्ण समान करने पर-

$$M - F\delta x - \frac{W(\delta x)^2}{2} = M + \delta M$$

$$-F\delta x = \delta M \quad \{(\delta x)^2 \text{ को नगण्य रखने पर}\}$$

$$-F = \frac{\delta M}{\delta x}$$

“नमन घूर्ण आरेख का ढालान कर्तन बल के बराबर होता है।”

प्रश्न 3. एक कैंटीलीवर (Cantilever) 2 मी. लम्बा है उस पर 1.5 kN/m रन का समवितरित भार पूरी लम्बाई में लगा है तथा एक बिन्दु भार 2 kN का स्वतन्त्र सिरे से 0.5 मीटर की दूरी पर लगा है। कैंटीलीवर के लिए अपरूपण बल तथा नमन आघूर्ण आरेखी को खोंचिए। (2002)

उत्तर: अपरूपण बल:

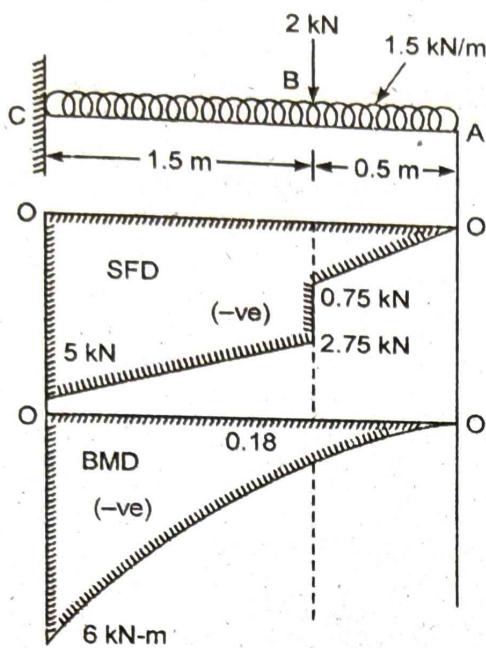
$$SF_A = 0 \text{ kN}$$

$$SF_B = 1.5 \times 0.5 = 0.75 \text{ kN}$$

$$SF_B = -1.5 \times 0.5 + 2 = 0.75 + 2$$

$$SF_C = 1.5 \times 2 + 2 = 5 \text{ kN}$$

Ans.



नमन आघूर्ण

$$BM_A = 0 \text{ kNm}$$

$$BM_B = 1.5 \times 0.5 \times \frac{0.5}{2} \\ = 0.1875 \text{ kNm}$$

$$BM_C = 1.5 \times 2 \times \frac{2}{2} + 2 \times 1.5 \\ = 3.0 + 3.0 = 6 \text{ kNm} \quad \text{Ans.}$$

प्रश्न 4. 16 मी. लम्बी शुद्धालम्बी घरन पर बायें टेक से 3 m, 7 m तथा 11 m की दूरी पर क्रमशः 4 kN, 5 kN तथा 3 kN के बिन्दु भार लगे हैं। घरन में अधिकतम कर्तन बल तथा बंकन आघूर्ण का मान ज्ञात कीजिए तथा SF तथा BM आरेख भी खींचिए।

(2003.)

$$\text{उत्तर: } R_A + R_B = 4 + 5 + 3 \quad \dots(1)$$

$$R_A + R_B = 12 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

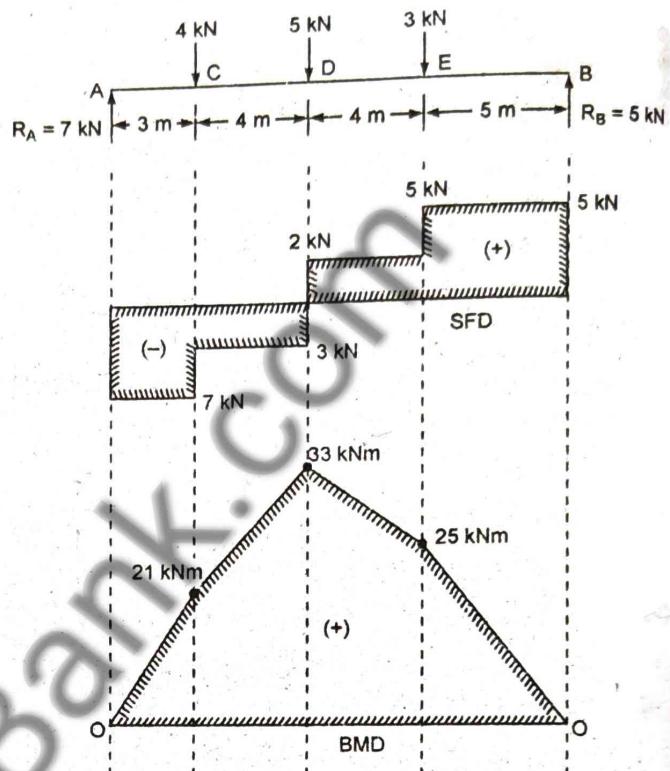
$$R_A \times 0 + 16R_B = 4 \times 3 + 5 \times 7 + 3 \times 11$$

$$16R_B = 12 + 35 + 33$$

$$R_B = \frac{80}{16} = 5 \text{ kN}$$

R_B का मान समी. (1) में रखने पर

$$R_A = 12 - 5 = 7 \text{ kN}$$



कर्तन बल

$$\overline{SF}_B = 0$$

$$\overline{SF}_B = +5 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_E = +5 - 3 = +2 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_D = +2 - 5 = -3 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_C = -3 - 4 = -7 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_A = -7 + 7 = 0 \text{ kN}$$

नमन आघूर्ण- $(BM)_B = 0 \text{ kNm}$

$$(BM)_E = -3 \times 0 + 5 \times 5 = 25 \text{ kNm}$$

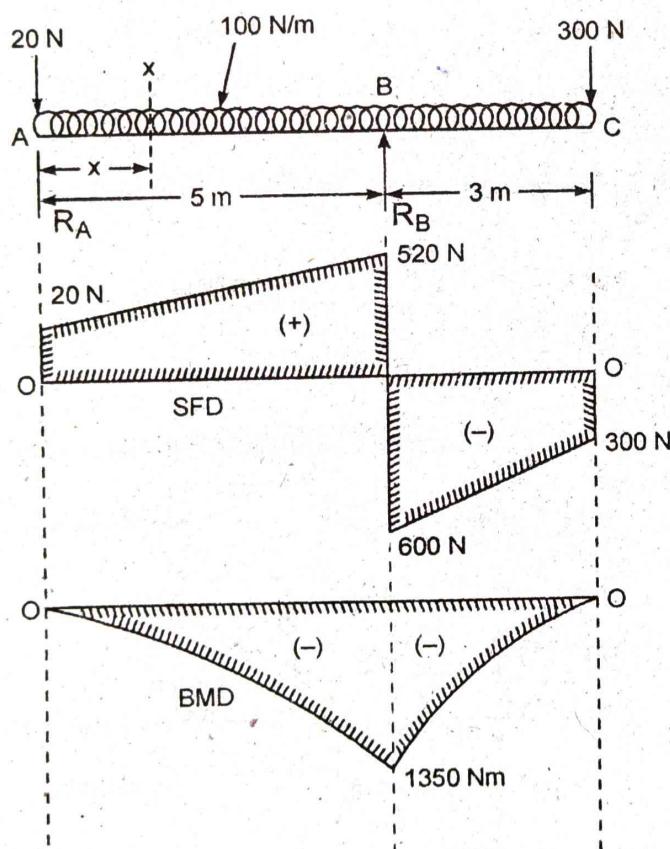
$$(BM)_D = -5 \times 0 - 3 \times 4 + 5 \times 9 \\ = -12 + 45 = 33 \text{ kNm}$$

$$(BM)_C = -4 \times 0 - 5 \times 4 - 3 \times 8 + 5 \times 13 \\ = 21 \text{ kNm}$$

$$(BM)_A = 0 \text{ kNm}$$

प्रश्न 5. एक 0.8 मी. विस्तार के धरन का एक सिरा कब्जा युक्त है तथा इस सिरे से 5 मी. की दूरी पर यह सरल आधारित है इसके सम्पूर्ण ल. पर 100 N/m का एक समान आवंटित भार तथा मुक्त सिरे पर 300 N का संकेन्द्री भार लगाया गया है। धरन के लिए कर्तन बल तथा नमन आधूर्ण आरेख खोचिए। (2004)

$$\text{उत्तर: } R_A + R_B = 100 \times 8 + 300 \\ = 800 + 300 = 1100 \text{ N}$$



बिन्दु A पर आधूर्ण लेने पर

$$\Sigma M_A = 0$$

$$R_A \times 0 + R_B \times 5 = 100 \times 8 \times \frac{8}{2} + 300 \times 8$$

$$5R_B = 800 \times 4 + 2400 \\ = 3200 + 2400$$

$$5R_B = 5600 \text{ N}$$

$$R_B = 1120 \text{ N}$$

$$R_A = 1100 - 1120$$

$$R_A = -20 \text{ N}$$

कर्तन बल

$$\overline{SF_C} = 0 \text{ N}$$

$$\overline{SF_C} = -300 \text{ N}$$

$$\overline{SF_B} = -600 \text{ N}$$

$$\overline{SF_B} = -600 + 1120 = 520 \text{ N}$$

$$\overline{SF_A} = 520 - 100 \times 5 = 20 \text{ N}$$

$$\overline{SF_A} = 20 - 20 = 0 \text{ N}$$

नमन घूर्ण

$$BM_{XX} = R_A \times x - 100 \times x \times \frac{x}{2} \\ = -20 \times x - 50x^2$$

$$x = 0 \text{ पर}$$

$$BH_{xx} = 0 \text{ तथा } x = 5 \text{ पर}$$

$$BM_{XX} = -20 \times 5 - 50 \times (5)^2 = -1350 \text{ Nm}$$

$$BM_C = 0 \text{ N-m}$$

इस धरन में नति परिवर्तन बिन्दु नहीं प्राप्त होगा।

प्रश्न 6. एक सरल आधारित धरन पर जिसकी विस्तृति 5 m है नीचे चित्रानुसार भार लग रहे हैं। इस धरन के लिए बंकन आधूर्ण एवं अपर्लपण बल आरेख बनाइये तथा यदि कोई नमन बिन्दु हो तो उसकी स्थिति भी ज्ञात कीजिए। (2005)

उत्तर:

$$R_A + R_B = 5 + 15 + 2 \times 3$$

$$R_A + R_B = 26 \text{ kN}$$

बिन्दु A पर घूर्ण लेने पर

$$\Sigma M_A = 0 \text{ से}$$

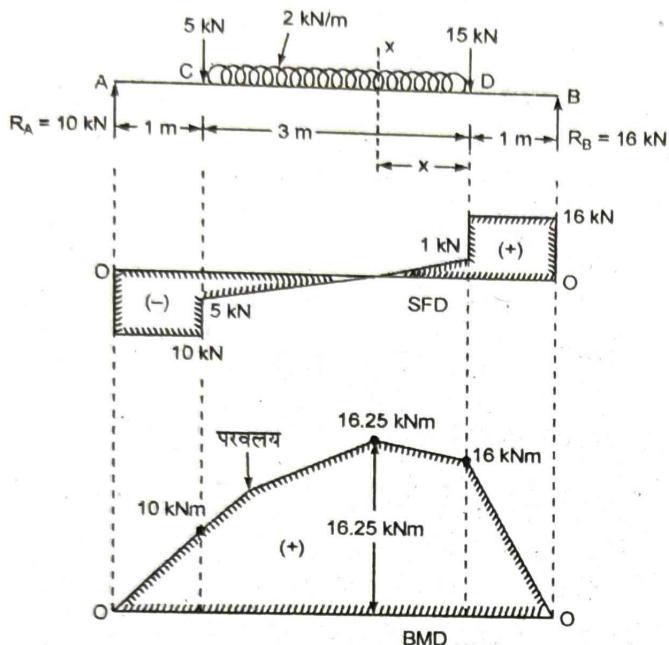
$$R_A \times 0 + R_B \times 5$$

(1)

$$= 5 \times 1 + 15 \times 4 + 2 \times 3 \times \left(1 + \frac{3}{2}\right)$$

$$5R_B = 80$$

$$R_B = 16 \text{ kN}, R_A = 10 \text{ kN}$$



कर्तन बल

$$\overline{SF}_B = 0$$

$$\overline{SF}_B = 16 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_D = 16 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_D = 16 - 15 = 1 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_C = -2 \times 3 - 15 + 16 = -5 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_C = -5 - 5 = -10 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_A = -10 \text{ kN}$$

$$\overline{SF}_A = -10 + 10 = 0 \text{ kN}$$

नमन घूर्ण

$$BM_B = 0 \text{ kNm}, BM_D = +16 \text{ kNm}$$

$$BM_C = -2 \times 3 \times \frac{3}{2} - 15 \times 3 + 16 \times 4$$

$$= -9 - 45 + 64 = 10 \text{ kNm}$$

$$BM_A = -5 \times 1 - 2 \times 3 \times 2.5 - 15 \times 4 + 16 \times 5$$

$$= -5 - 15 - 60 + 80 = 0 \text{ kNm}$$

$$BM_{XX} = 16(1+x) - 15x - 2 \times x \times \frac{x}{2}$$

$$= 16 + 16x - 15x - x^2$$

$$BM_{XX} = 16 + x - x^2$$

$$\frac{d}{dx}(BM)_{XX} = 0 \text{ से,}$$

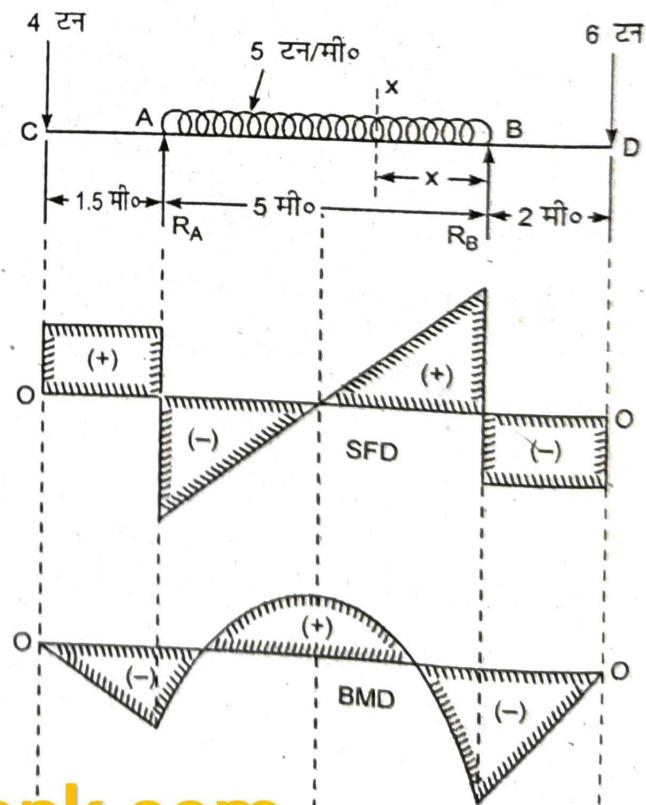
$$2x = 1, x = 0.5 \text{ m}$$

$$(BM)_{\max} = 16 + 0.5 - (0.5)^2 = 16.25 \text{ kNm}$$

(1.5 मी. पर B बिन्दु से होगा)

प्रश्न 7. एक 8.5 मी. लम्बी धरन 5 मी. की दूरी पर रखे आलम्बों पर शुद्ध आलम्बित है। धरन का दाहिने सिरा 2 मी. तथा बायाँ सिरा 1.5 मीटर आलम्बों से बाहर लटकता है। धरन के आलम्बों के बीच की सारी दूरी पर 5 टन/मी. का समवितरित भार है एवं इसके दाहिने सिरे पर 6 टन का तथा बाँये सिरे पर 4 टन का भार संकेन्द्रित है। अपरूपण बल तथा नमन घूर्ण के आरेख खींचिए अधिकतम नमन घूर्ण का मान एवं स्थान तथा नति परिवर्तन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

उत्तर:



$$R_A + R_B = 4 + 5 \times 5 + 6$$

$$R_A + R_B = 35 \text{ टन}$$

बिन्दु A पर आघूर्ण लेने पर

$$R_A \times 0 + R_B \times 5 = -4 \times 1.5 + 5 \times 5 \times \frac{5}{2} + 6 \times 7$$

$$5R_B = -6.0 + 62.5 + 42$$

$$R_B = \frac{98.5}{5} = 19.7 \text{ टन}$$

$$R_B = 35 - 19.7 = 15.3 \text{ टन}$$

कर्तन बल

$$\overline{SF_D} = 0 \text{ टन}$$

$$\overline{SF_D} = -6 \text{ टन}$$

$$\overline{SF_B} = 0 \text{ टन}$$

$$\overline{SF_D} = -6 \text{ टन}$$

$$\overline{SF_B} = -6 + 19.7 = 13.7 \text{ टन}$$

$$\overline{SF_A} = -5 \times 5 + 19.7 - 6$$

$$= -25 - 6 + 19.7 = -31 + 19.7$$

$$= -11 \text{ टन}$$

$$\overline{SF_A} = -11.3 + 15.3 = 4 \text{ टन}$$

$$\overline{SF_C} = 4 \text{ टन}$$

नमन आघूर्ण-

$$(BM)_{XX} = -5x \cdot \frac{x}{2} + R_B \times x - 6(x+2)$$

$$= -5 \frac{x^2}{2} + R_B \times x - 6x - 12$$

$$BM_D = 0 \text{ टन मी.}$$

अधिकतम नमन घूर्ण के लिए-

$$(BM)_{max} = \frac{d}{dx} (BM)_{XX} = 0$$

$$0 = -2 \times 5 \frac{x}{2} + 19.7 - 6$$

$$0 = -5x + 13.7$$

$$5x = 13.7$$

$$x = \frac{13.7}{5} = 2.7 \text{ m}$$

$$BM_B = -6 \times 2 = -12 \text{ टन मी.}$$

$$BM_A = 4 \times 1.5 = -6 \text{ टन मी.}$$

$$(BM)_{max} = -\frac{5}{2} \times (2.7)^2 + 13.7 \times 2.7 - 12 \\ = 6.76 \text{ टन मी.}$$

नति परिवर्तन बिन्दु-

$$BM_{XX} = 0$$

$$0 = -\frac{5x^2}{2} + 13.7x - 12$$

$$5x^2 - 27.4x + 24 = 0$$

$$x = \frac{(-27.4) \pm \sqrt{(-27.4)^2 - 4 \times 5 \times 24}}{2 \times 5}$$

$$x = \frac{27.4 \pm 16.45}{10}$$

धनात्मक चिन्ह लेने पर

$$x_1 = \frac{27.4 + 16.45}{10} = 4.38$$

ऋणात्मक चिन्ह लेने पर

$$x_2 = \frac{27.4 - 16.45}{10} = 1.09$$

प्रथम नति परिवर्तन बिन्दु D से 6.385 मी.

द्वितीय नति परिवर्तन बिन्दु C से 2.595 मी.

Ans.

ITI Question Bank.com