सरल नमन का सिद्धान्त (Theory of Simple Bending)

प्रश्न 1. सामान्य बंकन के सिद्धान्त की परिकल्पनाओं को लिखिये। (1999, 2000, 03, 04, 05, 11)

उत्तर:

(a) धरन की कोई अनुप्रस्थ काट जो कि नमन से पूर्व समतल है, नमन के बाद भी समतल ही रहती है।

(b) नमन होने पर धरन का बक्रता अर्द्ध व्यास उसकी अनुप्रस्थ काटीय मापों की अपेक्षा बहुत बड़ा होता है।

(c) धरन की प्रत्येक सतह अपनी ऊपरी तथा निचली सतह से प्रभावित हुए बिना ही स्वतंत्रता पूर्वक सभी दिशाओं में सिकुड़ तथा खिंच जाती है।

(d) समपीड़न और तनाव दोनों में ही धरन के पदार्थ के यंग मापांक E का मान समान रहता है।

(e) धरन का पदार्थ सर्वांगसम तथा समगुण है।

(f) नमन के अन्तर्गत प्रत्यास्थता सीमा के अन्दर ही रहती है।

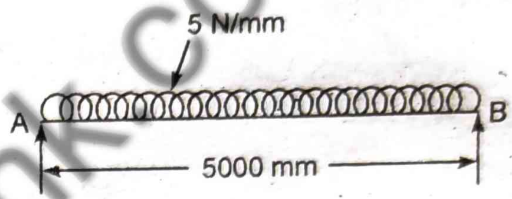
प्रश्न 2. 'उदासीन सतह' एवं 'उदासीन अक्ष' की परिभाषा दीजिये। (2006)

उत्तर: उदासीन सतह: नमन के अन्तर्गत धरन के बीच में कहीं एक सतह ऐसी होती है, जिसकी लम्बाई में कोई परिवर्तन होता नहीं है, इस सतह को उदासीन सतह कहते हैं।

उदासीन अक्ष: उदासीन सतह तथा धरन के अनुप्रस्थ काट वाले समतल की कटान रेखा को उस काट की उदासीन अक्ष कहते हैं।

प्रश्न 3. एक T परिच्छेद वाली प्रास धरन जिसकी लम्बाई 5 मीटर है 10kN/m के एक समान बंटित भार लगाया गया है? धरन के फ्लेन्ज की चौड़ाई 100 mm तथा सम्पूर्ण 120 mm है। इसके फ्लेन्ज तथा पेटा की मोटाई 15mm है। परिच्छेद के उदासीन अक्ष की स्थिति तथा उसमें उत्पन्न अधिकतम् बंकन प्रतिबल का मान ज्ञात कीजिये।

उत्तर: धरन AB में उत्पन्न अधिकतम नमन आघूर्ण



$$M = \frac{Wl^2}{8} = \frac{5 \times (5000)^2}{8}$$

$$M = 15625000 \text{ N–mm.}$$

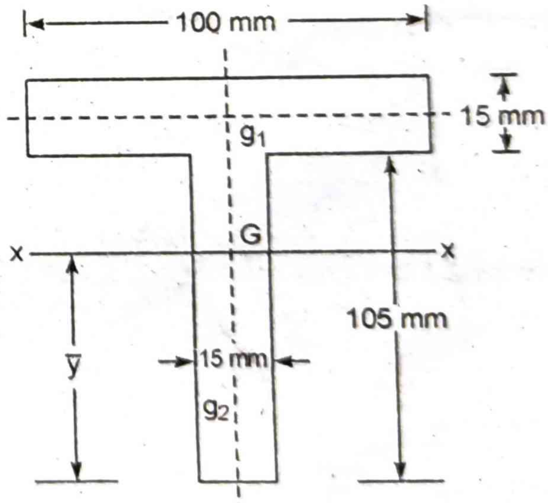
दिया है

$$a_1 = 1500 \text{ mm}$$
$$a_2 = 1575 \text{ mm}$$
$$y_1 = 112.5 \text{ mm}$$
$$y_2 = 52.5 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

$$= \frac{1500 \times 112.5 + 1575 \times 52.5}{3075}$$

$$\bar{y} = 81.77 \text{ mm}$$



ITIQuestionBank.com

T काट के वेब के आधार से $x-x$ अक्ष के परित: काट का जड़त्व आघूर्ण।

$$I_{xx} = I_{xx_1} + I_{xx_2}$$

$$I_{xx} = \frac{100\times15^3}{12} + 1500\times(112.5-81.77)^2$$

$$+\frac{15\times150^3}{12} + 1575(81.77-52.5)^2$$

$$I_{xx} = 2812.5 + 1416499.35 + 1447031.25 + 1349354.32$$

$$I_{xx} = 4241010\,\text{mm}^4$$ **Ans.**

अत: सरल धरन में उत्पन्न अधिकतम बंकन प्रतिबल

$$\sigma_b = \frac{M\bar{y}}{I_{xx}} = \frac{15625000\times81.77}{4241010}$$

$$\sigma_b = 301.26\,\text{N/mm}^2$$ **Ans.**

प्रश्न 4. एक 6 मी. लम्बी कैन्टीलीवर धरन के सैक्सन की गहराई तथा चौड़ाई क्रमश: 300mm तथा 70mm है यदि धरन में अनुमेय की तीव्रता 120 MPa हो तो निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए। (1999)

(i) धरन के सम्पूर्ण स्थान पर (U.D.L)

(ii) स्थान के मध्य 4m पर अधिकतम (U.D.L)

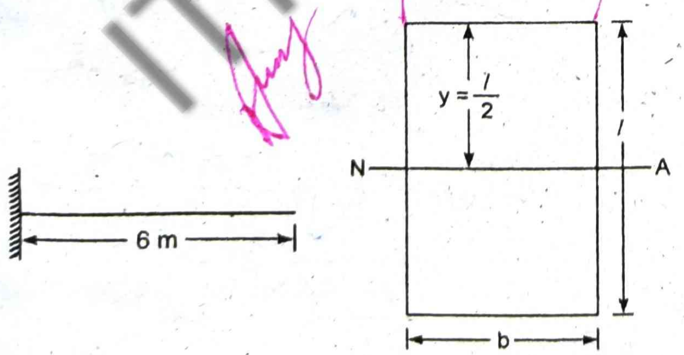
उत्तर:

$p = 120\,\text{N/mm}^2$

$l = 6\text{m} = 6000\,\text{mm}$

$b = 70\,\text{mm}$

$t = 300\,\text{mm}$



धरन की काट N–A के परित: जड़त्व आघूर्ण

$$I = \frac{bt^3}{12} = \frac{70\times(300)^3}{12}$$

$$I = 1.575\times10^8\,\text{mm}^4$$

नमन समीकरण (Bending equation) से

$$\frac{M}{I} = \frac{P}{y}, \quad M = \frac{P\times I}{y}$$

$$M = \frac{0.120\times1.575\times10^8}{150} = 1.26\times10^8\,\text{N-mm}$$

(i) माना कि सम्पूर्ण स्थान पर w_1 kN/m का U.D.L है।

$$M = \frac{w_1 l^2}{2} = 1.26\times10^8$$

$$w_1 = \frac{1.26\times10^8\times2}{(6000)^2} = 7000\,\text{N/mm}$$

or $= 70\,\text{kN/m}$

(ii) माना कि 4m के स्थान पर w_2 kN/m का U.D.L. है-

$$M = w_2\, l_2 \times \frac{l}{2}$$

$$1.26\times10^8 = w_2\times4\times1000\times3000$$

$$\frac{1.26\times10^8}{12\times10^6} = w_2$$

$$w_2 = \frac{1.26\times100}{12} = 10.5\,\text{N/mm}$$

or $= 10.5\,\text{kN/m}$

$$\boxed{w_2 = 10.5\,\text{kN/m}}$$ **Ans.**

प्रश्न 5. एक आयताकार धरन चित्र (2) में दिखाई गई है। इस पर 3.4 kN-m का नमन आघूर्ण लगा है, तो इसमें उत्पन्न अधिकतम् प्रतिबलों का मान व प्रकृति ज्ञात कीजिए। (2001)

ITI Question Bank.com

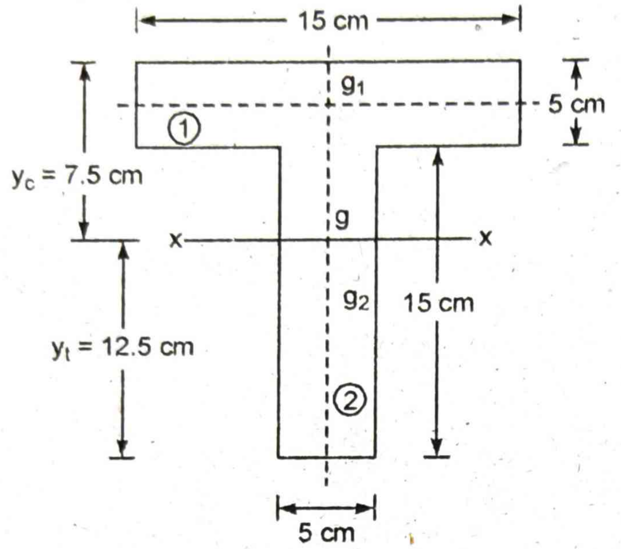
उत्तर:

$a_1 = 15 \times 5 = 75\ cm^2$

$a_2 = 15 \times 5 = 75\ cm^2$

$y_1 = 17.5\ cm$

$y_2 = 7.5\ cm$



क्योंकि T(टी) y-y अक्ष पर सममित है। इसलिए इसका गुरूत्व केन्द्र g, y-y अक्ष पर होगा।

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

$$= \frac{75 \times 17.5 + 75 \times 7.5}{75 + 75}$$

$$= \frac{75(17.5 + 7.5)}{75 \times 2}$$

$$= \frac{25}{2} = 12.5\ cm$$

$$\boxed{\bar{y} = 125\ mm}$$

काट T, का x-x पर जड़त्व आघूर्ण जो कि उदासीन अक्ष है-

$$I_{xx} = I_{xx_1} + I_{xx_2} \qquad ...(4)$$

आयत (1) का जड़त्व आघूर्ण

$$I_{xx_1} = I_{xg_1} + a_1(y_1 - \bar{y})^2$$

$$= \frac{15 \times 5^3}{12} + 75(17.5 - 12.5)^2$$

$$= \frac{15 \times 125}{12} + 75 \times (5)^2$$

$$= \frac{15 \times 125}{12} + 75 \times 25$$

$$I_{xx_1} = 2031.25\ cm^4$$

आयत (2) का जड़त्व आघूर्ण

$$I_{xx_2} = I_{xg_2} + a_2(\bar{y} - y_2)^2$$

$$= \frac{5 \times 15^3}{12} + 75(12.5 - 7.5)^2$$

$$= \frac{5 \times 15^3}{12} + 75(5)^2$$

$$I_{xx_2} = 3281.25\ cm^4$$

$$I_{xx} = 2031.25 + 3281.25 = 5312.5\ cm^4$$

$$\boxed{I_{xx} = 5312.5\ cm^4}$$

दिया है नमन आघूर्ण

$$M = 3.4\ kN\text{-}m$$

$$= 3.4 \times 10^6\ N\text{-}mm$$

$$\frac{M}{I} = \frac{f}{y} \text{ से,}$$

$$\frac{M}{I} = \frac{f_t}{y_t}$$

$$f_t = \frac{M \times y_t}{I} = \frac{3.4 \times 10^6 \times 125}{53.125 \times 10^6}$$

$$\boxed{f_t = 8\ N/mm^2} \text{ तनाव प्रतिबल}$$

$$f_c = \frac{M \times y_c}{I} = \frac{3.4 \times 10^6 \times 75}{53.125 \times 10^6}$$

$$\boxed{f_c = 4.8\ N/mm^2} \text{ दबाव प्रतिबल}$$

ITI Question Bank.com

प्रश्न 6. एक ढलवें लोहे के पाइप (Cast iron pipe) का बाह्य व्यास 40 mm तथा आन्तरिक व्यास 20 mm है तथा लम्बाई 4 मी. है जब पाइप सिरों पर आलम्बित है और मध्य में 80N का का बिन्दु भार लगा हो तो पाइप में अधिकतम उत्पन्न प्रतिबल ज्ञात कीजिए। **(2002)**

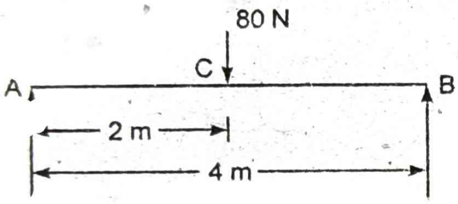
उत्तर: We know that

$$\frac{M}{I} = \frac{f_b}{y} \text{ से}$$

$$I = \frac{\pi}{64} \times (40^4 - 20^4)$$

$$= 37500\,\pi \text{ mm}^4$$

$$y = \frac{D}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ mm}$$



$$M = \frac{wl}{4} = \frac{80 \times 4 \times 1000}{4}$$

$$= 80000 \text{ N-mm}$$

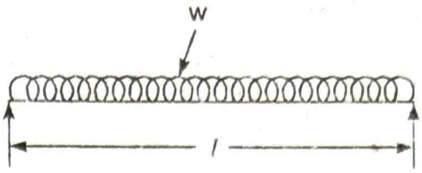
Bending equation (नमन समी.) से,

$$f_b = \frac{M \times y}{I} = \frac{80000 \times 20}{37500\,\pi}$$

$$= 13.58 \text{ N/mm}^2 \quad \textbf{Ans.}$$

प्रश्न 7. एक सममित काट की धरन की काट का जड़त्व आघूर्ण 2640 cm^4 है। इसकी गहराई 20 cm है। इस प्रकार की साधारण आधारित धरन की अधिकतम लम्बाई की गणना कीजिये यदि उस पर 6 kN/mm का समवितरित भार पूरी धरन पर लगने पर भी बंकन प्रतिबल का मान 120 MN/m^2 से अधिक न होने पाये। **(2003)**

उत्तर: दिया है,



$$I = 2640 \text{ cm}^4$$
$$= 2.64 \times 10^7 \text{ mm}^4$$
$$h = 200 \text{ mm}$$
$$w = 6 \text{ kN/m} = 6 \text{ N/mm}$$
$$f_b = 120 \text{ MN/m}^2 = 120 \text{ N/mm}^2$$

माना कि धरन की लम्बाई = l mm है।

Bending equation (नमन समी.) से-

$$\frac{M}{I} = \frac{f_b}{y}$$

$$M = \frac{f_b \times I}{y} = \frac{120 \times 2.64 \times 10^7}{100}$$

$$\boxed{M = 3.168 \times 10^7 \text{ N-mm}}$$

शुद्धालम्बित धरन की सम्पूर्ण लम्बाई में U.D.L. लगा हो तो,

$$M = \frac{wl^2}{8} \text{ से}$$

$$l^2 = \frac{8M}{w} = \frac{8 \times 3.168 \times 10^7}{6}$$

$$l^2 = 4.224 \times 10^7$$

$$l = 6499.23 \text{ mm}$$

or $= 6500$ mm

or $\boxed{l = 6.5 \text{ mm}}$ **Ans.**

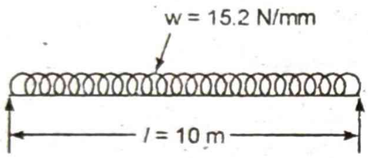
प्रश्न 8. एक काष्ठ धरन की विभायें ज्ञात कीजिये जिसका विस्तार 10m है तथा जो एक 0.2 m मोटी एवं 4m ऊँचाई की ईंट की दीवार को वहन करती है। ईंट की चिनाई का भार 19 kN/ m^3 तथा काष्ठ धरन में

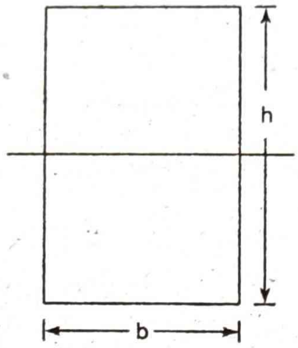
ITI Question Bank.com

अधिकतम अनुमेय प्रतिबल 8MN/m^2 तक सीमित है। धरन की गहराई उसकी चौड़ाई की दो गुनी है।

उत्तर: 1मीटर लम्बी दीवार का भार

$$w = 0.2 \times 4 \times 19$$
$$w = 15.2\ \text{kN/m}$$
$$w = 15.2\ \text{N/m}$$
$$l = 10 \times 1000 = 10000\ \text{mm}$$





नमन प्रतिबल $f_b = 8\text{N/mm}^2$

$$h = 2b$$

धरन (Beam) के मध्य में अधिकतम नमन आघूर्ण

$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{15.2 \times (10^4)^2}{8}$$

Bending equation से,

$$= 1.9 \times 10^8\ \text{N-mm}$$

$$\frac{M}{I} = \frac{f_b}{y}$$

$$\frac{1.9 \times 10^8 \times 12}{bh^3} = \frac{8}{h/2}$$

$$\frac{1.9 \times 10^8 \times 12}{bh^3} = \frac{16}{h}$$

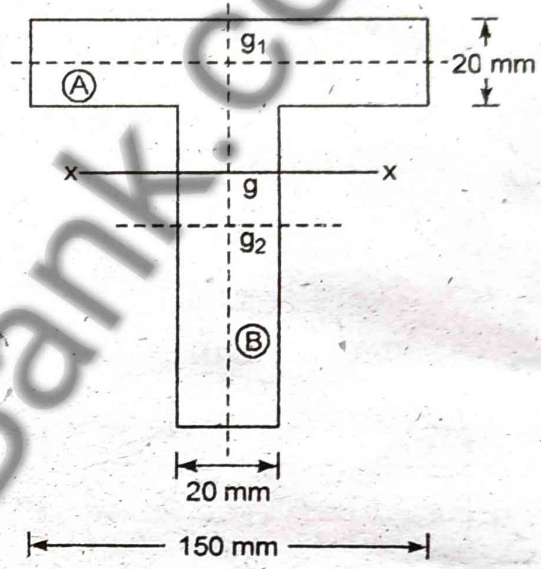
$$\frac{1.9 \times 10^8 \times 12}{16} = bh^2 = b \times (2b)^2$$

$$4b^3 = 142.5 \times 10^6$$
$$b^3 = 35625000$$

$b = 330$ mm $h = 660$ mm **Ans.**

प्रश्न 9. एक सरल आधारित धरन पर जिसकी लम्बाई 5 मी. है चित्र के अनुसार भार लगे हैं, धरन का परिच्छेद *T* आकृति का है। जिसके फ्लैंज एवं सम्पूर्ण गहराई प्रत्येक 150 mm है। तथा फ्लैंज एवं पेटा की मोटाई 20 mm है तब इसके उदासीन अक्ष की स्थिति ज्ञात कीजिए। परिच्छेद में उत्पन्न अधिकतम बंकन प्रतिबल भी ज्ञात कीजिए। (2005)

उत्तर: Unit 3 के प्रश्न नं. 6 के अनुसार



धरन पर अधिकतम् नमन आघूर्ण

$$(BM)_{max} = 16.25\ \text{kNm}$$
$$= 16.25 \times 10^6\ \text{N-mm}$$

'*T*' की काट के लिये,

$$a_1 = 3000\ \text{mm}^2$$
$$a_2 = 2600\ \text{mm}^2$$
$$y_1 = 140\ \text{mm}$$
$$y_2 = 65\ \text{mm}$$

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

$$= \frac{3000 \times 140 \times 2600 \times 60}{3000 \times 2600}$$

$$\bar{y} = \frac{589000}{5600} = 105.18\ \text{mm}$$

ITI Question Bank.com

(फ्लैंज (B) के निचले किनारें से,)

T का x-x अक्ष (N–A) के परितः जड़त्व आघूर्ण

$$I_{xxg} = I_{xxg_1} = I_{xg_1} + a_1h_1^2 + I_{xg_2} + a_2h_2^2$$

$$= \frac{150\times 20^3}{12} + 3000\times(34.82)^2 + \frac{20\times(130)^2}{12}$$

$$+ 2600\times(40.18)^2$$

$$I_{xxg} = 100000 + 3637297.2 + 3661666.67$$
$$+ 4197524.24$$

$$\boxed{I_{xxg} = 11596488.11\,\text{mm}^4}$$

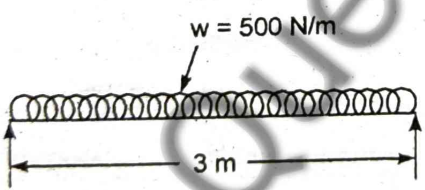
$\bar{y}$ = 105.18 mm दूरी

$$f_{b(\max)} = \frac{M_{xy}}{I_{(N-A)}} = \frac{16.25\times10^6\times105.18}{11596488.11}$$

$$\boxed{f_{b(\max)} = 147.39\ \text{N/mm}}$$ (Tensile) **Ans.**

प्रश्न 10. एक लकड़ी की धरन 8cm चौड़ी एवं 12 cm गहरी है। जब यह धरन 3 मीटर की दूरी पर रखे आलम्बों पर शुद्धालम्बित हो और इसकी सारी लम्बाई पर 500 N/m का समवितरित भार हो तो इसमें उत्पन्न अधिकतम प्रतिबल ज्ञात कीजिये। (2006)

उत्तरः दिया है,



लम्बाई (l) = 3m = 3000 mm

चौड़ाई (b) = 8cm = 80 mm

गहराई (t) = 12 cm = 120 mm

अधिकतम नमन आघूर्ण

$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{0.5\times(3000)^2}{8}$$

$$= 562500\ \text{N-mm}$$

धरन की काट का जड़त्व आघूर्ण

$$I = \frac{bt^3}{12} = \frac{80\times(120)^3}{12}$$

$$\boxed{I = 1152\times10^4\ \text{mm}^4}$$ **Ans.**

$$\boxed{M = 5625\times10^2\ \text{N-mm}}$$ **Ans.**

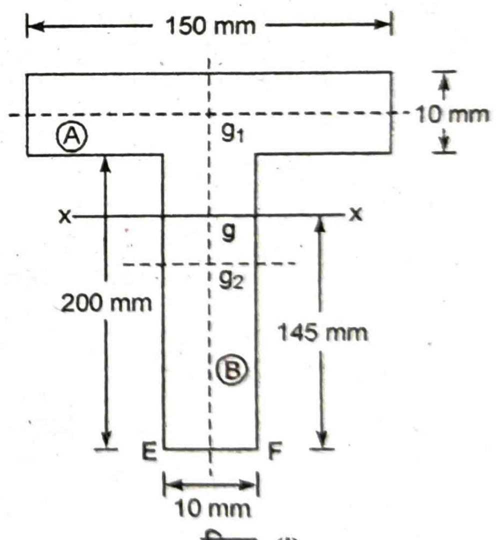
धरन पर उत्पन्न अधिकतम नमन प्रतिबल

$$f_b = \frac{M\times y}{I} = \frac{5625\times10^2\times60}{1152\times10^4}\ \text{N/mm}^2$$

$$\boxed{f_b = 2.93\ \text{N/mm}^2}$$

प्रश्न 11. चित्र में एक T-परिच्छेद के धरन को दर्शाया गया है जिसकी विस्तृत 5m है तथा यह सरल आधारित है। धरन पर 2kN/m का एक समान बंटित भार लग रहा है। इसके परिच्छेद की उदासीन अक्ष की अवस्थिति ज्ञात कीजिये तथा इसके मध्य लम्बाई वाले परिच्छेद पर अधिकतम् बंकन प्रतिबल ज्ञात करो। (2007)

उत्तरः सरल धरन CD से उत्पन्न अधिकतम नमन घूर्ण



चित्र (i)

$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{2\times(5)^2}{8} = \frac{2\times25}{8} = \frac{50}{8}$$

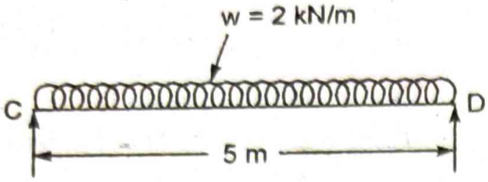
M = 6.25 kN-m

ITIQuestionBank.com

or $M = 6.25 \times 10^6$ N-mm

चित्र (i) में EF से g_1 की ऊँचाई

$y_1 = 205$ है



चित्र (ii)

$y_2 = 100$ mm (g_2 की ऊँचाई EF से)

$a_1 = 1500 \text{ mm}^2$

$a_2 = 2000 \text{ mm}^2$

T काट के गुरूत्व केन्द्र g की EF से ऊँचाई $\bar{y}$ हो तो,

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

$$= \frac{1500 \times 205 + 2000 \times 100}{1500 + 2000}$$

$$\bar{y} = 145 \text{ mm}$$

$\bar{y}$ 'T' काट के वेब के आधार से x-x अक्ष के परितः काट का जड़त्व आघूर्ण

$$I_{xx} = I_{xx_1} + I_{xx_2}$$

$$I_{xx_1} = I_{xxg_1} + a_1 h_1^2$$

$$= \frac{150 \times 10^3}{12} + 1500 \times (60)^2$$

$$I_{xx_1} = 5412500 \text{ mm}^4$$

$$\{h_1 = (205 - 145) = 60 \text{ mm}\}$$

$$I_{xx_2} = I_{xxg_2} + a_2 h_2^2$$

$$= \frac{10 \times 200^3}{12} + 2000 \times (45)^2$$

$$\{h_2 = 145 - 100 = 45 \text{ mm}\}$$

$$I_{xx_2} = 4083333.3 \text{ mm}^4$$

सम्पूर्ण 'T' काट का x-x पर जड़त्व आघूर्ण

$$I_{xx} = 5412500 + 4083333.3$$

$$= 9495833.3 \text{ mm}^4 = 9.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

उदासीन अक्ष की स्थिति T काट के आधार से 145 ऊपर तथा किनारे से 65 mm नीचे होगी।

अधिकतम बंकन प्रतिबल तनाव का होगा जिसका मान नमन समी. (Bending equation) से-

$$\frac{M}{I} = \frac{f_b}{y}$$

$$f_b = \frac{M \times y}{I} = \frac{6.25 \times 10^6 \times 145}{9.5 \times 10^6}$$

$$f_b = \frac{6.25 \times 145}{9.5} = 95.394 \text{ N/mm}^2$$

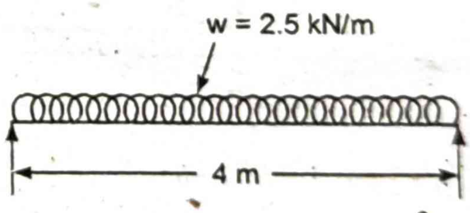
$$\boxed{f_b = 95.394 \text{ N/mm}^2}$$

प्रश्न 12. एक T बीम (Beam) के फ्लैंज की चौड़ाई 100 mm तथा पेटा की गहराई 150 mm है। फ्लैंज तथा पेटा की मोटाई 10 mm है, यदि धरन की 4m की सम्पूर्ण लम्बाई पर 2.5 kN/m का एक समान बंटित भार लगाया गया हो तो उसमें उत्पन्न अधिकतम तनन प्रतिबल का मान ज्ञात कीजिये। धरन सिरों पर सरल आधारित है। (2008)

उत्तर:

$y_1 = 155$ mm

$y_2 = 75$ mm



$a_1 = 100 \times 10 = 1000 \text{ mm}^2$

$a_2 = 150 \times 10 = 1500 \text{ mm}^2$

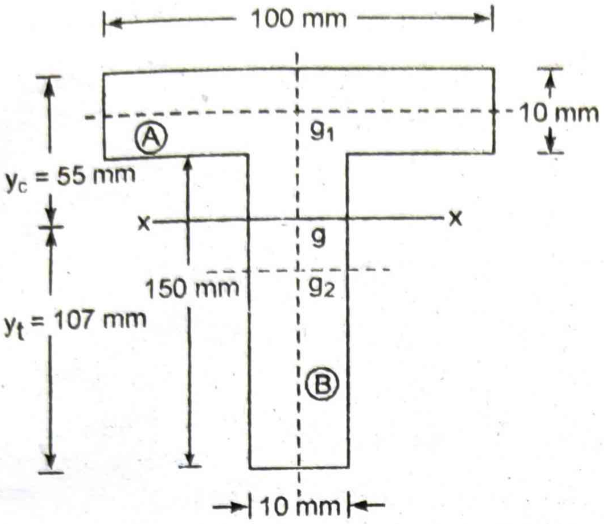
$y_t = \bar{y} = 107$ mm

$y_e = (160 - 107) = 53$ mm

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

ITIQuestionBank.com

$$= \frac{1000 \times 155 + 1500 \times 75}{1000 + 1500}$$



$$y_t = \bar{y} = 107 \text{ mm}$$

$$I_{xx} = I_{xx_1} + I_{xx_2}$$

$$I_{xx_1} = \frac{100 \times 10^3}{12} + 1000 \times (48)^2$$

$$= (8333.333 + 2304000)$$

$$I_{xx_1} = 2312333.33 \text{ mm}^4$$

$$I_{xx_2} = \frac{10 \times 150^3}{12} + 1500 \times (32)^2$$

$$= 2812500 + 1536000 = 4348500 \text{ mm}^4$$

$$\boxed{I_{xx} = 6660833.33 \text{ mm}^4}$$

जब किसी सरल धरन की पूरी लम्बाई पर U.D.L. लगा हो, तो उसमें अधिकतम नमन आघूर्ण $\frac{wl^2}{8}$ होता है।

$$M_{max} = \frac{wl^2}{8}$$

$$= \frac{2.5 \times (4000)^2}{8} = 5 \times 10^6 \text{ N-mm}$$

नमन समी. से,

$$\frac{M_{max}}{I} = \frac{f}{y_t}$$

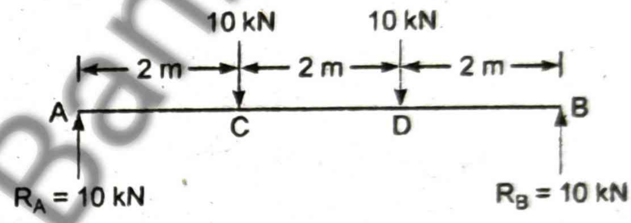
$$\Rightarrow \quad f = \frac{my_t}{I}$$

$$f = \frac{5 \times 10^6 \times 107}{6660833.33} = 80.32 \text{ N/mm}^2$$

प्रश्न 13. चित्र में एक धरन के 'I' परिच्छेद को दर्शाया गया है। इस धरन की लम्बाई 6 मी. है तथा इसके दोनों सरल आधारित सिरों से 2m की दूरी पर दो 10 kN के संकेन्द्री भार लगाये गये है, ज्ञात कीजिये।

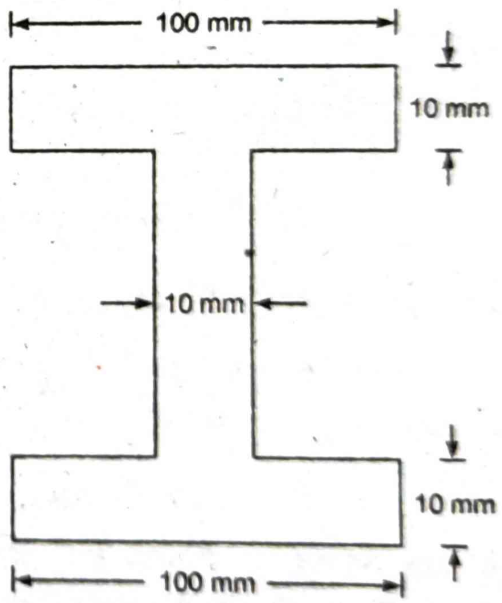
(i) इस परिच्छेद का उदासीन अक्ष के सापेक्ष का द्वितीय आघूर्ण

(ii) धरन में उत्पन्न अधिकतम तनन व सम्पीडन प्रतिबल तथा वह परिच्छेद जहाँ पर यह प्रतिबल है। (2009)



चित्र (i)

उत्तर:



चित्र (ii)

$$R_A + R_B = 10 + 10$$

$$R_A + R_B = 20 \quad \text{...(1)}$$

ITI Question Bank.com

$$R_A = R_B = \frac{20}{2} = 10 \text{ kN}$$

धरन के मध्य बिन्दु पर नमन आघूर्ण का मान अधिकतम होगा।

$$BM_{max} = 10 \times 3 - 10 \times 1 = 20 \text{ kN/m}$$

चित्र (ii) के अनुसार I-काट के परिच्छेद की उदासीन अक्ष के परितः द्वितीय आघूर्ण

$$I_{NA} = \left[\frac{BH^3 - bh^3}{12}\right]$$

$$= \left[\frac{100 \times 120^3 - 90 \times 100^3}{12}\right]$$

$$I_{NA} = 69 \times 10^5 \text{ mm}^4,$$

$$y = \frac{H}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ mm}$$

Bending equation से,

$$\frac{M}{I} = \frac{f}{y}$$

$$f = \frac{M \times y}{I} = \frac{20 \times 1000 \times 1000 \times 60}{6900000}$$

$$f = \frac{2 \times 6 \times 10^8}{69 \times 10^5} = \frac{12}{69} \times 10^3$$

$$f = \frac{12000}{69} = 173.91 \text{ N/mm}^2$$

उदासीन अक्ष के सापेक्ष क्षेत्र का आघूर्ण

$$I = 6.9 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(अधिकतम तनाव व दबाव प्रतिबल)

$$f = 173.91 \text{ N/mm}^2 \quad \textbf{Ans.}$$

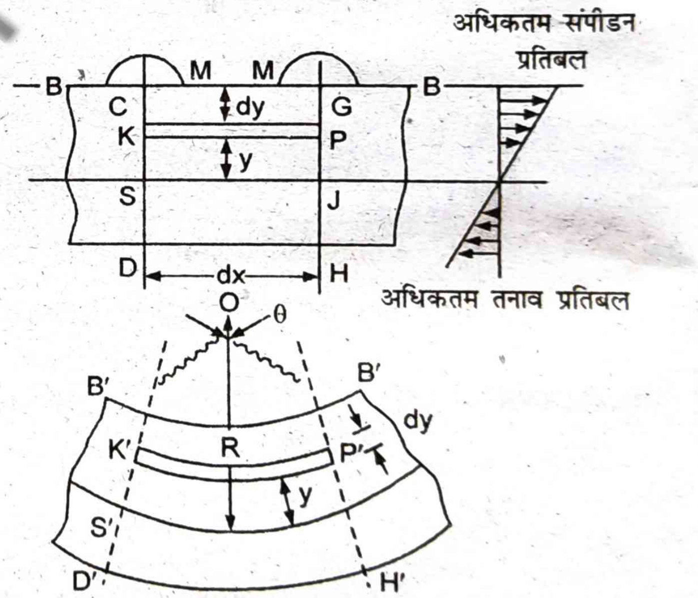
प्रश्न 14. काट मापांक से आपका क्या अभिप्राय है? सिद्ध कीजिये कि सिकी रेशे में बंकन प्रतिबल धरन के उदासीन अक्ष से रेशे की दूरी के समानुपाती होती है। (2010)

उत्तरः काट मापांक किसी धरन की अनुप्रस्थ काट का आकृति मापांक उस धरन की अनुप्रस्थ काट की $N-A$ के परितः जड़त्व आघूर्ण (I_{NA}) तथा उदासीन अक्ष से, दबाव, तनाव पर्त्त की दूरी (y) के अनुपात (Ratio) को धरन (Beam) की अनुप्रस्थ काट का आकृति मापांक कहते हैं। इसे 'z' से प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{Z = \frac{I_{N-A}}{y} \text{ mm}^3}$$

चित्र (i) में किसी धरन का भाग b-b दिखाया गया है। जिसकी छोटी सी लम्बाई ∂x (काटों cd और gh के मध्य) के दोनों सिरों पर नमन घूर्ण कार्य करता है। इस घूर्ण M के कारण चित्र (ii) के अनुसार धरन का नमन हो जाता है।

धरन की ऊपरी सतह cg, $c'g'$ के आकार में तथा dh, $d'h'$ के आकार में, मुड़ जाती है। हम यह भी देखते हैं कि झुकने पर धरन की ऊपरी सतह की लम्बाई कुछ कम तथा, निचली सतह की लम्बाई कुछ बढ़ जाती है। इस प्रकार से हम कह सकते हैं कि धरन की ऊपरी सतह संपीड़न तथा निचली सतह तनाव के प्रभाव में हैं। सतह sj की लम्बाई वही रहती है अर्थात् $sj = s'j'$ यह सतह भी मुड़ जाती है।



$c'g'$ सतह से जैसे-जैसे हम नीचे की ओर जाते हैं सतहों का संपीड़न $s'j'$ तक घटता जाता है और $s'j'$ पर शून्य हो जाता है। इसी प्रकार सतह $d'H'$ से जैसे-जैसे ऊपर की ओर जाते है सतहों का खिंचाव या तनाव घटता जाता है और $s'j'$ पर शून्य (0) हो जाता है। अतः $s'j'$ सतह न तो

ITI Question Bank.com

दबती है और खिचती है, इसलिये इस सतह को बल शून्य अथवा उदासीन सतह कहते हैं। यहाँ इस उदासीन अक्ष के ऊपर की सभी सतहें दबती हैं और नीचे की सभी सतहें खिंच जाती हैं।

अब sj से y ऊँचाई पर δy मोटाई की कोई सतह kp मानिये जो कि $b\text{–}b$ के मुड़ जाने पर $k'p'$ हो जाती है।

क्योंकि लम्बाई δx बहुत छोटी है और भाग $b\text{–}b$ बहुत थोड़ा मुड़ता है, इसलिये हम यह मान सकते हैं कि $b\text{–}b$ वृत्तीय चाप में मुड़ता है। इस प्रकार सारी सतहें $c'g'$, $s'j'$, $d'h'$, $k'\beta'$ आदि अलग-अलग वृत्तों के चापों में मुड़ी हैं। इन सभी वृत्तों का केन्द्र 'O' है। फिर माना कि $s'j'$ सतह के वृत्त का अर्द्धव्यास R है।

$$\therefore \quad os' = oj' = R$$

माना कि

$$s'oj' = \theta$$
$$s'j' = R \times \theta$$
$$k'p' = (R-y)\theta$$
$$ok' = op' = os' - s'k' = (R-y)$$

सतह kp मुड़कर $k'p'$ हो जाती है। इसलिये इस सतह की लम्बाई में कमी

$$kp - k'p'$$

$k'p'$ सतह में विकृति, (e)

$$e = \frac{kp - k'p'}{kp}$$
$$kp = s'j' = R \times \theta$$
$$k'p' = (R-y) \times \theta$$
$$e = \frac{R\theta - [(R-y)\times\theta]}{R\theta} = \frac{y}{R}$$

We know that,

$$e = \frac{k'\beta' \text{ में प्रतिबल}}{\text{पदार्थ का यंग मापांक}}$$

$$\boxed{e = \frac{f}{E}}$$

$\boxed{F = e \times E}$ k'p' में प्रतिबल,

$$f = \frac{y}{R} \times E \qquad \text{...(A)}$$

यह प्रतिबल, f, धरन (Beam) के नमन के कारण उत्पन्न होता है। इसलिये इसे नमन प्रतिबल (Bending stress) कहते हैं।

$$f = y \times \frac{E}{R}$$

$$\boxed{\frac{f}{y} = \frac{E}{R}}$$

यदि $s'j'$ से दूरी (y_1) पर प्रतिबल f_1, और y_2 दूरी पर प्रतिबल f_2 हो तो,

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

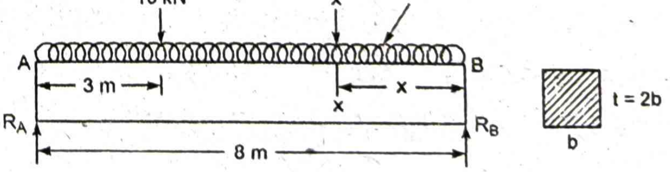
$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{f_1}{y_1} = \frac{f_2}{y_2}}$$

अत: किसी भी सतह में प्रतिबल उस सतह की शून्य बल सतह या उदासीन अक्ष (Neutral layer) से दूरी y के समानुपाती होता है।

प्रश्न 15. एक टिम्बर की आयताकार काट की धरन जो 8m लम्बी है, सामान्य रूप से आलम्बित है। धरन पर 12 kN/m का समवितरित भार पूरी लम्बाई में लगा है तथा बायें सहायक सिरे से 3m दूरी पर एक 10kN का बिन्दु भार लगा है। यदि गहराई, चौड़ाई की दोगुनी है तथा टिम्बर में प्रतिबल $8 N/mm^2$ से ज्यादा नहीं होना है तो धरन की विमायें ज्ञात कीजिये।

(2010)

उत्तर:



$$R_A + R_B = 10 + 12 \times 8 = 106$$

ITI Question Bank.com