स्तम्भ एवं स्ट्रट
(Columns and Struts)

प्रश्न 1. बृहत स्तम्भ, लघु स्तम्भ तथा कृशता अनुपात को परिभाषित कीजिए। (2002, 06, 11)

उत्तर: बृहत स्तम्भ: वे टुकड़े जिनकी लम्बाई उनके व्यास के लगभग 30 (तीस) गुने से ज्यादा होती है, वृहत स्तम्भ कहलाते हैं।

लघु स्तम्भ: वे स्तम्भ जिनकी लम्बाई उनके व्यास के लगभग 30 (तीस) गुनी से कम होती है, उन्हें लघु स्तम्भ कहते हैं।

कृशता अनुपात: किसी कॉलम की समतुल्य लम्बाई तथा उसकी अनुप्रस्थ काट के गुरुत्व पर न्यूनतम घूर्णन त्रिज्या के अनुपात को उस कॉलम की कृशता या तनुता कहते हैं।

$$\text{तनुता अनुपात} = \frac{l}{k}$$

प्रश्न 2. स्तम्भ के सन्दर्भ में ऑयलर संकुचन सूत्र से सम्बन्धित संकल्पनायें एवं उनकी परिसीमाओं की व्याख्या कीजिए। (2005)

उत्तर: ऑयलर सिद्धान्त की मान्यताएँ Assumptions of Euler's Theory)

1. स्तम्भ केवल लम्बा होना चाहिए जिसका तनुता अनुपात 30 से अधिक होना चाहिए।
2. स्तम्भ पर सम्पीडन भार पूरी तरह से अक्षीय होना चाहिए।
3. स्तम्भ मूलरूप से पूर्णत: सीधा व समांग होना चाहिए।
4. स्तम्भ का स्वयं का भार नगण्य है।
5. अक्षीय सम्पीडन भार से स्तम्भ की लम्बाई में कमी आना नगण्य माना गया है।

प्रश्न 3. स्तम्भ की समतुल्य लम्बाई को परिभाषित कीजिए। (2007, 09)

उत्तर: किसी कॉलम की समतुल्य लम्बाई वह लम्बाई है जिसमें उसका, बहकने पर आकार दोनों सिरों पर कब्जेदार कॉलम के बहके आकार जैसा होता है।

Let length of columns $L_e = l$

यदि एक end पर Fix and second end free then

समतुल्य लम्बाई $L_e = 2l$

यदि दोनों सिरे कब्जेदार हैं तो समतुल्य लम्बाई

$$L_e = l$$

यदि एक सिरा कब्जेदार तथा दूसरा बद्ध तब समतुल्य लम्बाई $L_e = \frac{l}{\sqrt{2}}$

यदि दोनों सिरे बद्ध हों तब समतुल्य लम्बाई $L_e = \frac{l}{2}$ होगी।

प्रश्न 4. रैंकिन गार्डन स्तम्भ सूत्र पर टिप्पणी लिखिये। (2008)

उत्तर: यदि किसी मध्यम कॉलम पर लगे अक्षीय दबाव बल का मान धीरे-धीरे बढ़ता जाये तो उस बल के कारण मध्यम कॉलम के अन्दर दबाव प्रतिबल उत्पन्न होंगे तथा इन प्रतिबलों के साथ बहकने की स्थिति भी उत्पन्न होगी।

अत: इस कॉलम के असफल होने के लिए आवश्यक परिणामी बल का मान उसके कुचलने वाले भार P_C तथा बहकने वाले P_e या P_{cr} रैंकिन गार्डन के सूत्र से निम्न प्रकार ज्ञात कर सकते हैं:

UTUQuestionBank.com

$$\frac{P_C}{A} = \sigma_C$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\frac{1}{P_R} = \frac{1}{P_C} + \frac{1}{P_e}$$

$$\frac{1}{P_R} = \frac{P_e + P_c}{P_c P_e} \qquad \boxed{P_C = \sigma_c \times A}$$

$$P_R = \frac{P_c \cdot P_e}{P_e + P_c} = \frac{P_e \cdot P_c}{P_c\left[1 + \frac{P_c}{P_e}\right]}$$

$$\left[P_e = \frac{\pi^2 EI}{l^2}\right]$$

$$P_R = \frac{P_c}{1 + \frac{P_c}{P_e}} = \frac{\sigma_c \times A}{1 + \frac{\sigma_c \times A}{\frac{\pi^2 EI}{l^2}}}$$

$$P_R = \frac{\sigma_c \times A}{1 + \left(\frac{\sigma_c}{\pi^2 EI}\right)\left(\frac{l}{k}\right)^2} \qquad [I = AK^2]$$

$\frac{\sigma_c}{\pi^2 E}$ is constant, इसको रेंकिन स्थिरांक कहते हैं।

इसको a से प्रदर्शित किया जाता है।

$$\therefore \quad a = \frac{\sigma_c}{\pi^2 E}$$

$\therefore$ Rankine Formula

$$\boxed{P_R = \frac{\sigma_c \times A}{1 + a\left(\frac{l}{k}\right)^2}}$$

प्रश्न 5. एक 1.5 m लम्बे स्तम्भ का 5 cm व्यास का वृत्ताकार काट है। स्तम्भ का एक सिरा आबद्ध तथा दूसरा मुक्त है सुरक्षा गुणांक 3 है। रेंकिन सूत्र का प्रयोग करते हुए सुरक्षित भार की गणना कीजिए। $\sigma_c = 560\ \text{N/mm}^2$, $a = \frac{1}{1600}$ पिन किये गये सिरों के लिए ज्ञात कीजिए। (2010)

उत्तर: कॉलम का सिरा बद्ध तथा दूसरा स्वतंत्र है।

$$L_e = 2l$$
$$= 2 \times 1.5 = 3\ \text{m}$$

वृत्ताकार काट

$$I_{xx} = I_{yy} = I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$= \frac{\pi \times (50)^4}{64} = 30.66 \times 10^4\ \text{mm}^4$$

$$K_{\min} = \sqrt{\frac{30.66 \times 10^4}{\frac{\pi}{4}(50)^2}} = 12.5\ \text{mm}$$

From Rankine Formula

क्रिपलिंग भार,

$$W_R = \frac{\sigma_c \times A}{1 \times a\left(\frac{l}{K_{\min}}\right)^2}$$

$$W_R = \frac{560 \times \frac{\pi}{4} \times 50^2}{1 + \frac{1}{1600}\left(\frac{3000}{12.5}\right)^2}$$

$$W_R = \frac{109900}{1 + 36} = 29702.7\ \text{N}$$

$$\boxed{W_R = 29702.7\ \text{N}}$$

$$\text{सुरक्षित भार} = \frac{\text{क्रिपलिंग भार}}{\text{सुरक्षा गुणांक}}$$

$$= \frac{29702.7}{3}$$

$$\boxed{\text{सुरक्षित भार} = 9900.9\ \text{N}}$$

6. आइलर तथा रैंकिन के फार्मूले उनके उपयोग सहित दीजिए। **(2006)**

उत्तर: 1. आइलर फार्मूला: $P_e = \dfrac{\pi^2 EI}{l_e^2}$

यह फार्मूला केवल उन्हीं कॉलम या स्ट्रट के लिए लागू होंगे जिनकी लम्बाई उनके व्यास के 30 गुने से अधिक होगी।

2. रेंकिन फार्मूला: $P_R = \dfrac{\sigma_c \times A}{1 + a\left(\dfrac{l_e}{K_{min}}\right)^2}$

यह केवल मध्यम आकार के स्ट्रट या कॉलम के लिये लागू होते हैं।

7. एक वर्गाकार परिच्छेद बाला स्तम्भ जिसकी भुजा 100 mm तथा लम्बाई 3m है। उसके दोनों सिरे कब्जायुक्त हैं। यदि स्तम्भ पदार्थ के लिये E का मान 200 GPa हो तब स्तम्भ के लिए ऑयलर व्याकुंचन भार क्या होगा। यदि स्तम्भ का परिच्छेद आयताकार हो तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल वही रहे तब व्याकुंचन भार में क्या परिवर्तन होगा?

उत्तर: दिया गया है,

वर्गाकार काट वाला स्तम्भ जिसकी प्रत्येक भुजा = 100 mm

स्तम्भ की लम्बाई $(l) = 3000$ mm

$E = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$

According to question, columns के दोनों ends कब्जेदार हैं।

समतुल्य लम्बाई $(l) = L =$ कॉलम की लम्बाई

$$I = \frac{b^4}{12}$$

[क्योंकि काट वर्गाकार है]

$$I = \frac{100^4}{12}$$

$$I = 8.33 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

स्तम्भ का ऑयलर भार

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$= \frac{(3.14)^2 \times 2 \times 10^5 \times 8.33 \times 10^6}{9 \times 10^6}$$

$$\boxed{P_e = 18.27 \times 10^5 \text{ N}}$$

If columns की काट आयताकार होगी तथा स्तम्भ की अनुप्रस्थ का क्षेत्रफल वर्गाकार काट के बराबर हो तो

$$x \times y = 100 \times 100 \qquad [x = 2y]$$

$$2y^2 = 10000$$

$$y = 50\sqrt{2} \text{ mm}$$

$$x = 100\sqrt{2} \text{ mm}$$

$$I_{min} = \frac{xy^3}{12} = \frac{100\sqrt{2}(50\sqrt{2})^3}{12}$$

$$I_{min} = \frac{100 \times 4 \times 125000}{12}$$

$$= 4.16 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\boxed{I_{min} = 4.16 \times 10^6 \text{ mm}^4}$$

आयताकार का व्यांकुचन भार

$$P_{e_1} = \frac{\pi^2 \times 10^5 \times 4.17 \times 10^6}{9 \times 10^6} \text{N}$$

$$\boxed{P_{e_1} = 4.57 \times 10^5 \text{ N}}$$

व्यांकुचन भार में परिवर्तन

$$\Delta P_e = (P_e - P_{e_1})$$

$$\Delta P_e = (18.27 \times 10^5 - 4.57 \times 10^5) \text{N}$$

$$\Delta P_e = 10^5 (18.27 - 4.57) \text{N}$$

आयताकार से अधिक

$$\boxed{\Delta P_e = 13.7 \times 10^5 \text{ N}}$$ **Ans.**

ITI Question Bank.com