मशीनों तथा इन्जनों में असन्तुलन एवं सन्तुलन
(Unbalance in Machines, Engines and Balancing)

प्रश्न 1. मशीनों में असंतुलित बलों तथा घूर्णों की उत्पत्ति की विवेचना करते हुए असंतुलन के प्रभाव को समझाइये।

उत्तर– मशीनों में असंतुलित बलों तथा घूर्णों की उत्पत्ति (Origin of Unbalanced Force and Moments)– किसी भी मशीन में दो प्रकार के पुर्जे होते हैं जिनको क्रमशः स्थिर पुर्जे एवं गतिमान पुर्जे कहते हैं। गतिमान पुर्जे भी दो प्रकार के होते हैं जिनको घुमाव पुर्जे एवं पश्चाग्र गति पुर्जे कहते हैं। अंतर्दहन इंजन में क्रैंक शाफ्ट, गतिपाल पहिया, भाप व गैस टरबाइन में रोटर एवं अपकेंद्रीय पंपों में इम्पेलर आदि घुमाव पुर्जे होते हैं। जबकि पश्चाग्र गति करने वाले पुर्जों में पिस्टन, पिस्टन रॉड, क्रॉस हेड आदि प्रमुख हैं।

इन सभी स्थिर एवं गतिमान पुर्जों पर शक्ति उत्पादन या शक्ति संचरण के समय विभिन्न परिमाण के बल क्रिया करते हैं। वर्तमान समय में मशीनें एवं इंजन बहुत अधिक गति पर कार्य करते हैं अतः इन बलों का परिमाण और भी अधिक होता है। विभिन्न स्थिर एवं गतिमान पुर्जों के सुचारू रूप से कार्य करने के लिए यह आवश्यक है कि उन पर ऐसा कोई भी बल न लगा हो जिसकी उन परिस्थितियों में आवश्यकता न हो तथा जो बल लगे हों वे भी पूर्ण संतुलन में हों।

प्रायः यह देखा गया है कि घूमती हुई और पश्चाग्र गति करती हुई मशीनों में कंपन होते हैं। यदि घूमने वाले अंग का गुरुत्व केंद्र घुमाव केंद्र पर रहा है तो केंद्र पर या बेयरिंग पर, जहाँ घूमने वाले अंग को सहारा गया है, एक अतिरिक्त बल लगता है जिससे मशीन के फ्रेम और नींव आदि में ये कंपन उपजते हैं और मशीन के चालन में शोर, घिसाई तथा टूट-फूट की संभावना बढ़ जाती है। इसी प्रकार पश्चाग्र गति करते हुए मशीनी अंग पर जड़त्व बलों के कारण एक असंतुलित बलयुग्म कार्य करता है। यदि जड़त्व के कारण लगने वाले बलों का परिणामी शून्य भी हो जाये तो भी एक असंतुलित बलयुग्म अंग पर कार्य करेगा जो मशीन को नींव तथा फ्रेम आदि में अवांछित कंपन उत्पन्न करेगा।

असंतुलन का प्रभाव (Effect of Unbalanced)– पश्चाग्र गति करते हुए मशीनी अंगों पर असंतुलित बलों के प्रभाव में कंपन उपजते हैं। इन कंपनों के निम्न दुष्प्रभाव होते हैं–

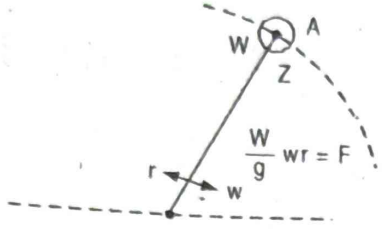
1. कंपनों के कारण मशीन के चालन में शोर, अंगों का ढीला होना, अतिरिक्त घिसाई तथा टूट-फूट होता है।
2. कंपनों के कारण ऊर्जा का ह्रास होता है।
3. मशीनों के अंगों में कंपन के कारण उनसे संबंधित अन्य पुर्जों, बेयरिंगों, मशीन के फ्रेम तथा नींव आदि में अतिरिक्त प्रतिबल उपजते हैं।
4. कंपनों के कारण असुविधा तथा ध्वनि प्रदूषण होता है।
5. विभिन्न मापन यंत्रों के Pointers आदि के कंपनों के कारण पाठ्यांक पढ़ना सरल नहीं होता।

प्रश्न 2. घूमते हुए पिण्डों में असंतुलन की व्याख्या कीजिये।

उत्तर– माना कोई घूमता हुआ पिण्ड A है, जिसका भार W है और r त्रिज्या पर w कोणीय वेग से अक्ष 'O' के परितः घूमता है। हम जानते हैं कि घूमते हुए इस पिण्ड पर $\left(\frac{W}{g}\right)w^2r$ मान का एक अपकेंद्रीय बल कार्य करेगा। जिसकी दिशा त्रैज्यिक बाहर की ओर होगी और जो पिण्ड

ITI Question Bank.com

को केंद्र से दूर हटाने का प्रयास करेगा। इस बल के कारण घूर्णन केंद्र O पर एक प्रतिक्रिया बल लगता है। जिसकी दिशा घूमने वाले भार की स्थिति के साथ बदलती रहती है। क्योंकि मशीनों में घूमने वाले अंग बेयरिंगों पर टिके रहते हैं। अतः बेयरिंगों पर ये बल क्रिया करके कंपन उत्पन्न करते हैं। इन कंपनों के कारण मशीनों में शोर, घिसाई तथा टूट-फूट की संभावना बढ़ जाती है।

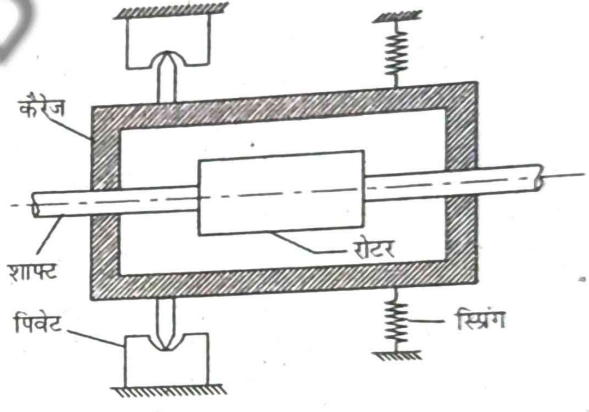


चित्र 1.

प्रश्न 3. रोटर के संतुलन का संतुलक मशीनों की सहायता से विस्तृत वर्णन कीजिये।

उत्तर– रोटर के संतुलन के लिए किसी घूमते हुए निकाय का सुगमतापूर्वक चुने हुए दो समतलों में दो द्रव्यमानों द्वारा पूर्ण संतुलन प्राप्त किया जा सकता है। दूसरे शब्दों में एक रोटर के पूर्ण असंतुलन को इन दो समतलों में दो असंतुलनों द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। यह मूल सिद्धांत ही विभिन्न संतुलक मशीनों (Balancing Machines) के लिए प्रयोग किया जाता है जिन पर रोटर संतुलित किये जाते हैं। वास्तविक परिस्थितियों में संतुलक द्रव्यमानों को जोड़कर संतुलन प्राप्त करना ठीक नहीं रहता। अतः ऐसी परिस्थिति में विभिन्न निर्देश तलों (Reference Planes) से द्रव्यमानों को कम करके संतुलन प्राप्त किया जाता है। हटाये गये द्रव्यमान की स्थिति, संतुलक द्रव्यमान की स्थिति के ठीक विपरीत (Dimetrically Opposite) होती है। यहाँ दो प्रमुख प्रकार की संतुलक मशीनों का अध्ययन करेंगे।

पिवटित कैरेज संतुलक मशीन (Pivoted Carriage Balancing Machine)– इस मशीन में संतुलित किये जाने वाले रोटर को एक हल्के परंतु मजबूत कैरेज (Carriage) में बेयरिंगों पर आधारित करते हैं। यह कैरेज एक सिरे के पास पिवेटित तथा दूसरे सिरे के पास स्प्रिंगों पर आधारित रहता है। जैसाकि चित्र में प्रदर्शित है। अब रोटर पर दो संतुलक समतल-1 तथा 2 चुनते हैं तथा पूरे असंतुलित रोटर को केवल इन्हीं दो समतलों पर असंतुलित मानते हैं। सर्वप्रथम रोटर को समतल-1 में पिवेट पर इस प्रकार आधारित करते हैं कि समतल-1 में असंतुलन का कैरेज की गति पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इस स्थिति में रोटर को घुमाने पर समतल-2 में असंतुलन के कारण कैरेज दोलन करने लगता है। अब किसी ज्ञात क्रिया पर कोई ज्ञात द्रव्यमान, समतल-2 में परीक्षण के लिए लगाते हैं तथा कैरेज के दोलनों (Oscillation) का आयाम (Amplitude) नोट करते हैं। इसके बाद यह विधि उसी द्रव्यमान को विभिन्न कोणीय स्थितियों में रखकर दोहराई जाती है। प्राप्त दोलनों तथा उनकी विभिन्न कोणीय स्थिति के मध्य एक ग्राफ बनाते हैं। इस ग्राफ से यह पता चलता है कि किस कोणीय स्थिति में सबसे कम आयाम वाला दोलन होता है। इस स्थिति में अब ज्ञात परीक्षण द्रव्यमान के परिमाण (Magnitude) को बदल-बदल कर वह मान ज्ञात करते हैं जिस पर दोलन का आयाम लगभग शून्य हो जाये। अब यही परीक्षण समतल-1 में वांछित संतुलक द्रव्यमान को ज्ञात करने के लिए दोहराते हैं। इसके लिए रोटर को समतल-2 में पिवट पर आधारित किया जाता है।



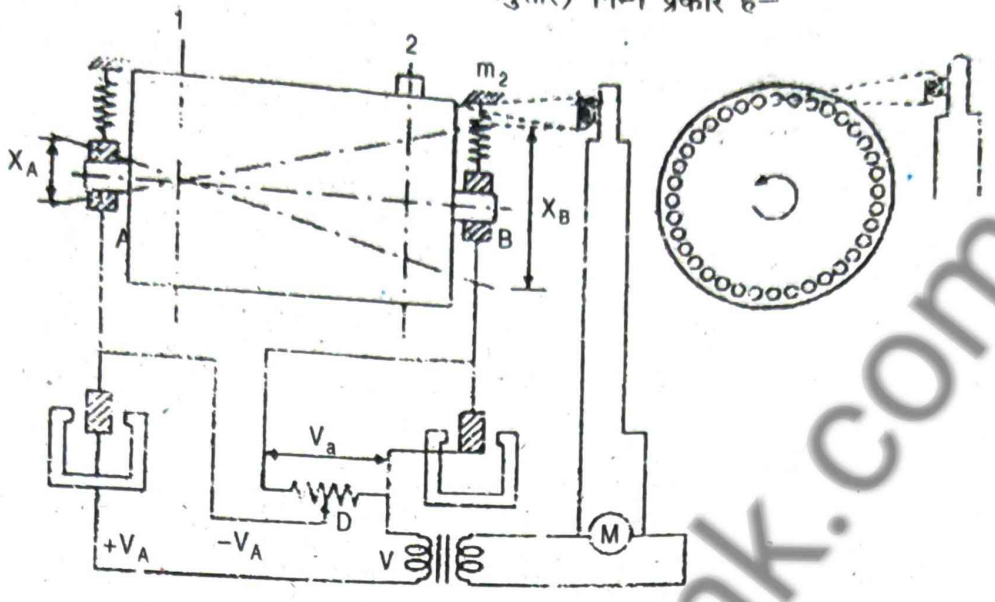
चित्र 2.

इस विधि में सामान्यतया कई बार परीक्षण विधि दोहराकर संपूर्ण संतुलन प्राप्त किया जाता है। फिर भी प्रत्येक समतल में चार बार यह विधि दोहराकर पर्याप्त संतुलन प्राप्त किया जा सकता है। यह विधि बहुत कम असंतुलन के लिए उपयुक्त नहीं है क्योंकि कैरेज का अधिक जड़त्व, कम अथवा माध्यम गतियों पर मापने योग्य आयाम उत्पन्न करने में असफल रहता है।

गिस्हाल्ट प्रकार की संतुलक मशीन (Gisholt Type Balancing Machine)– इस प्रकार की संतुलक मशीन में रोटर, स्प्रिंगों पर लगे बेयरिंगों पर आधारित रहती हैं। जैसाकि चित्र 3 में दिखाया गया है। ऐसा करने से पिवटित कैरेज संतुलक मशीन में कैरेज के अधिक जड़त्व के कारण होने वाली कमी को दूर किया जा सकता हैं। दो निर्देश तलों पर

ITI Question Bank.com

प्रभाव अलग से ज्ञात करने के लिए इस विधि में हम पिवेट के स्थान पर दो विद्युत सर्किट-(प्रत्येक समतल के लिए एक) का प्रयोग करते हैं। इस मशीन की क्रिया विधि (चित्र के अनुसार) निम्न प्रकार है–



चित्र 3.

माना समतल-1 तथा 2, रोटर के दो संतुलक समतल हैं। रोटर को पूर्ण संतुलित मानते हुए हम समतल-2 में एक असंतुलित द्रव्यमान m_2 लगा देते हैं। इस स्थिति में जब रोटर को घुमाया जाता है तो रोटर की अक्ष ऊर्ध्वाधर दोलन (Vertical Oscillations) करती है, क्योंकि तल-2, आधार B के नजदीक है, अत: B पर होने वाले दोलन, A पर होने वाले दोलनों से अधिक होंगे। आधारों A तथा B पर होने वाले दोलनों के आयामों का अनुपात, समतल-2 से उनकी दूरियों पर निर्भर करेगा तथा असंतुलन के परिमाण से स्वतंत्र होगा। दोलन की गतियों के समानुपाती होने के कारण दो विद्युतीय उतार-चढ़ाव में उत्पन्न वोल्टेज V_A तथा V_B का भी यही अनुपात होगा। जब विद्युत डिवाइडर 'D' को इस प्रकार समंजित (Adjust) किया जाता है कि V_B का एक भाग, जो V_A के समान है, V_A के विपरीत लगाया जाता है। जिससे परिणामी वोल्टता का मान शून्य हो जाता है। इसके परिणामस्वरूप चित्र में प्रदर्शित विद्युत सर्किट समतल-2 में किसी भी असंतुलन के लिए सुग्राही (Sensitive) नहीं रहता।

किसी असंतुलित रोटर के वास्तविक परीक्षण में मीटर-M का पाठ्यांक या वोल्टेज 'V', केवल समतल-1 में उपस्थित असंतुलन के मान पर निर्भर होगी। इस प्रकार समतल-1 में असंतुलन का मान ज्ञात किया जा सकता है। असंतुलन की कोणीय स्थिति को स्ट्रोबोस्कोप (Stroboscope) पर परिणामी वोल्टेज 'V' लगाने पर ज्ञात किया जा सकता है। स्ट्रोबोस्कोप में लगाई गई वोल्टेज, जैसे ही (–) ive से (+) ive में बदलती है, क्षण भर के लिए रोटर की परिधि पर एक ऊर्ध्वाधर रेखा में दमकती (flashes) है। यहाँ वोल्टेज, पिक-अप कुण्डली वेग (Pick-Up Coil Velocity) की दिशा के अनुसार होगी तथा जब ऊर्ध्वाधर में विस्थापन अधिकतम होगा, स्ट्रोबोस्कोप दमक देगा। यदि अवमंदन (Damping) को नगण्य माना जाये तब अधिकतम विस्थापन तथा संतुलन एक ही दिशा में होंगे। इस प्रकार स्ट्रोबोस्कोप असंतुलन की दिशा में ही दमक (Flash) देगा। रोटर की परिधि को अंको (Numbers) द्वारा चिह्नित (Stamped) कर दिया जाये तथा घूर्णन गति 600 rpm से अधिक हो तो समतल-1 में असंतुलन की कोणीय स्थिति के अनुसार एक अंक लगातार दिखाई पड़ता रहेगा और इस प्रकार नोट कर लिया जायेगा।

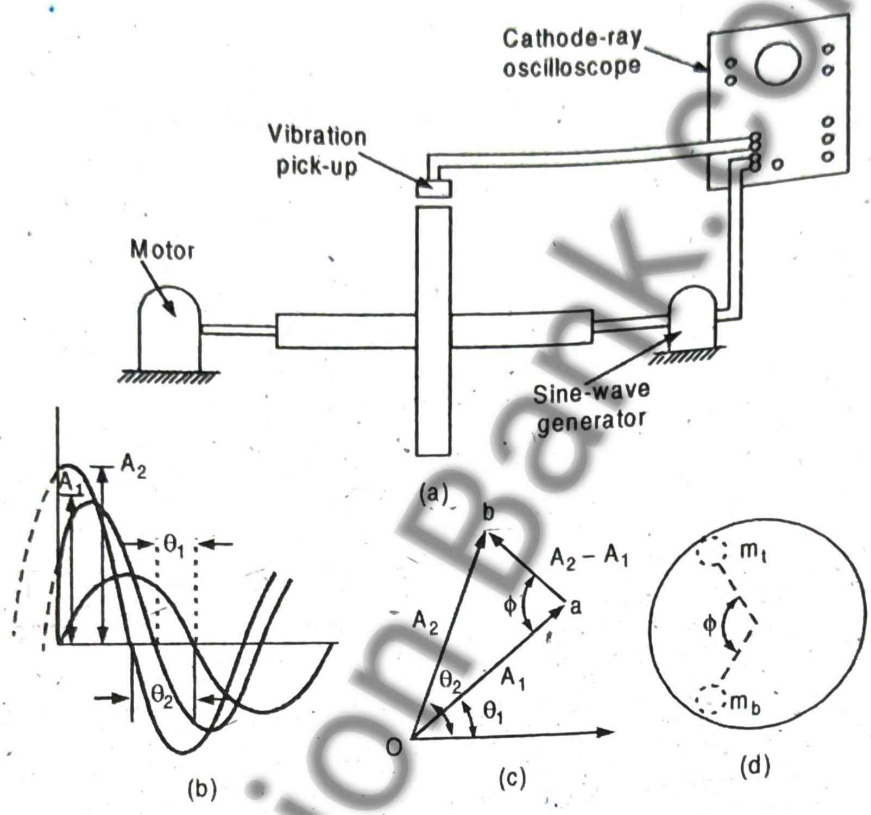
इसी प्रकार समतल-2 में असंतुलन का मान तथा दिशा को इसी विद्युत सर्किट द्वारा ज्ञात किया जा सकता है जिसमें समतल-1 में उपस्थिति किसी असंतुलन को सुग्राही (Sensititive) नहीं माना जाता है।

प्रश्न 4. डिस्क के फील्ड संतुलन का विस्तार से वर्णन कीजिये। **[2011]**

उत्तर– एक पतली डिस्क के संतुलन के लिए घूमती हुई असंतुलित डिस्क के एक दिशा (माना ऊर्ध्वाधर) में कंपन

ITQuestionBank.com

को मापने के लिए एक कंपन पिक-अप का प्रयोग किया जाता है तथा इन कंपनों को एक डबल बीम कैथोड-रे ऑसिलोस्कोप (Double Beam Cathode-Ray Oscillioscope) के स्क्रीन पर डिस्प्ले (Display) करते हैं। एक ज्या-तरंग जनित्र (Sine Wave Generator) को डिस्क के साथ जोड़ दिया जाता है तथा जनित्र ज्या-तरंग को उसी ऑसिलोस्कोप (Oscilloscope) की दूसरी बीम को भरण कर दिया जाता है। जैसाकि चित्र 4 (*a*) में दिखाया गया है। यह ज्या-तरंग (Sine-Wave), फेस (Phase) को मापने के लिए एक निर्देश रेखा का कार्य करती है। इसका संपूर्ण विवरण निम्न प्रकार है–



चित्र 4.

सर्वप्रथम डिस्क को एक ऐसी गति पर घुमाते हैं जो दोलनों को मापने योग्य आयाम (Amplitude) उत्पन्न करने के लिए पर्याप्त हो। माना दोलन का आयाम A_1 तथा जनित्र ज्या-तरंग की निर्देश रेखा से θ_1 के कलांतर (Phase Differenace) पर है। जैसाकि चित्र 4 (*b*) में दिखाया गया है। यह दोलन वेक्टर $o\vec{a}$ (A_1) द्वारा चित्र 4 (*c*) में प्रदर्शित किया गया है। यह डिस्क में उपस्थित असंतुलन के प्रभाव को प्रदर्शित करता है।

अब एक परीक्षण द्रव्यमान m_t (जैसाकि चित्र 4 (*d*) में दिखाया गया है। डिस्क पर एक निश्चित कोणीय स्थिति में एक निश्चित त्रिज्या पर लगाते है। यह निश्चित त्रिज्या इस प्रकार मानी जाती है कि इस पर संतुलक द्रव्यमान कार्य कर रहा है। अब डिस्क को उसी गति पर पुनः घुमाया जाता है, जिस पर वह प्रथम परीक्षण पर घूम रही थी। माना इस दोलन का आयाम A_2 तथा θ_2 कलांतर (Phase Difference) है। जैसाकि (चित्र (2*c*)) में दिखाया गया है। यह चित्र (3*c*) में वेक्टर $o\vec{b}$ (A_2) द्वारा प्रदर्शित है। इन दोनों वेक्टर का अंतर, $o\vec{b} - o\vec{a} = a\vec{b}$, परीक्षण द्रव्यमान m_t का प्रभाव प्रदर्शित करता है। अतः रोटर के संतुलन के लिए अर्थात् वेक्टर $o\vec{a}$ के प्रभाव को समाप्त करने के लिए हम परीक्षण द्रव्यमान के समान त्रिज्या पर संतुलक द्रव्यमान m_b इस प्रकार लगाते हैं कि

$$m_b = m_t \frac{oa}{ab} \qquad \ldots (i)$$

इस संतुलक द्रव्यमान m_b की दिशा, परीक्षण द्रव्यमान 'm_t' की स्थिति से वामावर्त (Anti Clockwise) दिशा में ϕ कोण पर स्थित है। उपरोक्त परिणामों को वेक्टर नोटेशन में

TQuestionBank.com

प्रदर्शित करने पर, परीक्षण द्रव्यमान m_t के परिमाण तथा स्थिति को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है–

$$m_t = m_t \exp. (i \phi m_t) \quad ...(ii)$$

जहाँ ϕm_t को किसी आधार रेखा से वामावर्त दिशा में मापा गया है। माना संतुलक द्रव्यमान को निम्न प्रकार व्यक्त किया जाता है तब–

$$m_b = \delta m_t \quad ...(iii)$$

जहाँ δ, एक वेक्टर ऑपरेटर है जो एक वेक्टर के परिमाण तथा दिशा को परिवर्तित करता है यदि

$$\delta = \delta \exp (i.\theta_\delta) \quad ...(iv)$$

$$m_b = m_b. \exp (i.\phi m_b) \quad ...(v)$$

तब $\quad m_b = \delta m_t$ तथा $\phi m_b = \phi m_t + \theta\delta \quad ...(vi)$

यहां यह बात उल्लेखनीय है कि किसी वेक्टर को एक वेक्टर ऑपरेटर के माध्यम से दूसरे वेक्टर द्वारा व्यक्त किया जा सकता है। परीक्षण द्रव्यमान m_t के प्रभाव को वेक्टर $\vec{ab}$ द्वारा व्यक्त किया जा सकता है। तब पूर्ण संतुलन के लिए,

$$\delta\vec{ab} = -o\vec{a}, \delta(A_2 - A_1) = -A_1$$

$$\therefore \quad \delta = \frac{A_1}{(A_2 - A_1)} = \frac{A_1}{A_1 - A_2} \quad ...(vii)$$

क्योंकि $A_1 (= A_1^{ei\theta 1})$ तथा $A_2 (= A_2^{ei\theta 2})$ ज्ञात है अतः हम समीकरण (*vii*) से δ तथा समी० (*iii*) से m_b का मान ज्ञात किया जा सकता है। पुनः समी० (*i*) तथा (*iii*) की तुलना करने पर, हम देखते हैं कि $\delta = \frac{oa}{ab}, \theta_\delta = \phi$ वांछित संतुलक द्रव्यमान की स्थिति को (चित्र (4*d*) में प्रदर्शित किया गया है। इसके ज्ञात हो जाने पर समान संतुलन प्रभाव को अनेक विधियों से प्राप्त किया जा सकता है।

यदि हम एक फेस मीटर का प्रयोग करें तो ज्या-तरंग जनित्र की आवश्यकता नहीं पड़ती। इसके अतिरिक्त एक स्ट्रोबोस्कोप का प्रयोग भी किया जा सकता है। कभी-कभी फील्ड संतुलन करते समय तक ज्या-तरंग जनित्र (Sine Wave Generator) को जोड़ना या फेसमीटर का प्रयोग कठिन हो जाता है। ऐसी परिस्थितियों में एक एकल समतल रोटर के लिए आवश्यक संतुलन द्रव्यमान को केवल कंपन आयामों को मापकर भी ज्ञात किया जा सकता है।

प्रश्न 5. रोटर के फील्ड संतुलन का विस्तारपूर्वक वर्णन कीजिए। **[2011, 2012]**

उत्तर– एक पतली डिस्क के संतुलन की विधि को एक रोटर के संतुलन के लिए भी प्रयोग किया जा सकता है। यदि रोटर के दो समतलों को डिस्क मान लिया जाये तो रोटर का भी संतुलन किया जा सकता है। चित्र 5 (*a*) के अनुसार माना एक रोटर के दो संतुलक तल हैं, जिनको पास सिरा (Near End) तथा दूर सिरा (Far End) कहते हैं।

सर्वप्रथम रोटर को एक ऐसी गति पर घुमाया जाता है जिससे कि वह रोटर के दोनों सिरों अर्थात् पास सिरा तथा दूर सिरा पर मापने योग्य आयाम उत्पन्न कर सके। इन आयामों को क्रमशः N_1 तथा F_1 द्वारा प्रदर्शित करते हैं जैसाकि चित्र 5 (*b*) में दिखाया गया है। माना इन आयामों के किसी आधार (Datum) के सापेक्ष कला (Phase) भी ज्ञात है। इस प्रकार N_1 तथा F_1 रोटर के पास तथा दूर वाले सिरे पर ही क्रमशः असंतुलन के प्रभाव को प्रदर्शित करता है।

अब पास वाले सिरे पर एक निश्चित त्रिज्या एक निश्चित कोणीय स्थिति पर एक परीक्षण द्रव्यमान m_{tn} लगाते हैं। इस परीक्षण द्रव्यमान का परिमाण तथा स्थिति पास वाले सिरे पर निम्न प्रकार प्रदर्शित की जा सकती है

$$m_{tn} = m_{tn} \exp. (i\phi m_{tn}) \quad ...(i)$$

जहाँ कोण φ को किसी आधार से वामावर्त दिशा में पाया गया है। अब रोटर को पुनः प्रथम परीक्षण की गति के समान गति पर घुमाते हैं। अब पास तथा दूर वाले क्रमशः सिरों पर उनके परस्पर कलाओं सहित आयामों को मापते हैं। माना ये वेक्टर N_2 तथा F_2 द्वारा प्रदर्शित होते हैं जैसाकि चित्र 5 (*b*) में दिखाया गया हैं। इस प्रकार ये वेक्टर N_1 तथा F_2 रोटर असंतुलन के प्रभाव के साथ ही m_{tn} को भी प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार

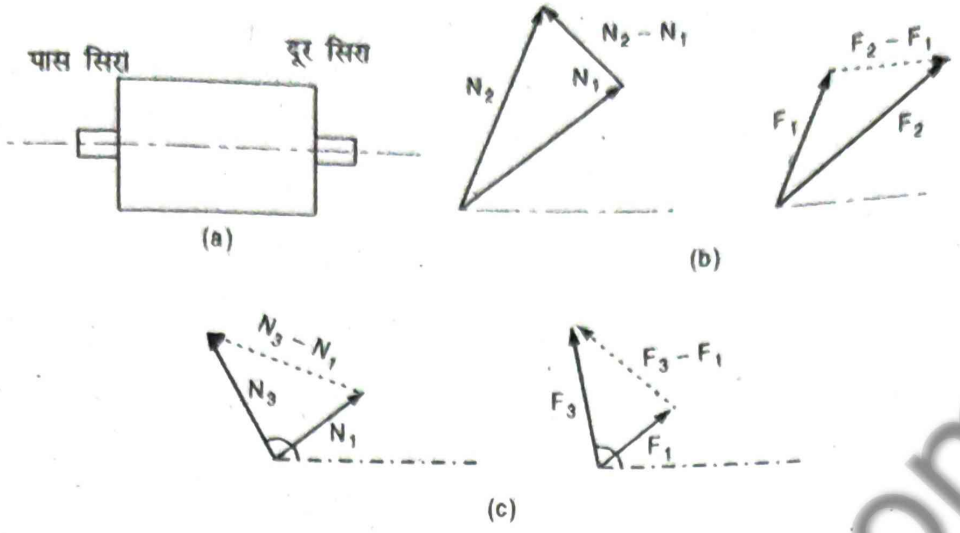
$N_2 - N_1 =$ पास वाले सिरे पर m_{tn} का प्रभाव

$F_2 - F_1 =$ दूर वाले सिरे पर m_{tn} का प्रभाव, $\quad ...(ii)$

जब तीसरे परीक्षण में हम पास वाले सिरे से m_{tn} हटा लेते हैं तथा दूर वाले सिरे पर एक अन्य परीक्षण द्रव्यमान m_{tf} किसी ज्ञात त्रैज्यिक दूरी तथा एक निश्चित कोणीय स्थिति पर लगाते हैं। माना–

$$m_{tf} = m_{tf} \exp (i\phi m_{tf}) \quad ...(iii)$$

MyQuestionBank.com



चित्र 5.

इस बार भी रोटर की गति पूर्व में किये गये दोनों परीक्षणों के समान ही होगी। माना इस स्थिति में वेक्टर N_3 तथा F_3 क्रमशः पास तथा दूर वाले सिरों पर दोलनों के आयाम तथा कला (Phase) को प्रदर्शित करते हैं। जैसाकि चित्र 5 (c) में प्रदर्शित है। इस प्रकार वेक्टर N_3 तथा F_3 रोटर असंतुलन के प्रभाव के साथ-साथ m_{tf} के प्रभाव को भी प्रदर्शित करता है। इस प्रकार

$M_3 - N_1$ = पास वाले सिरे पर m_{tf} का प्रभाव,

$F_3 - F_1$ = दूर वाले सिरे पर m_{tf} का प्रभाव ...(*iv*)

माना पास वाले तथा दूर वाले सिरों पर दो संतुलक द्रव्यमान क्रमशः m_{bt} तथा m_{bf} की आवश्यकता है जो m_{tt} तथा m_{tf} के समान त्रिज्या पर लगे हुए हैं। यदि

$$m_{bn} = \alpha m_{tn} \quad ...(v)$$

$$m_{bf} = \beta . m_{tf} \quad ...(vi)$$

जहाँ $\alpha = \alpha . \exp(i\theta\alpha)$ तथा $\beta = \beta . \exp(i\theta\beta)$ है।

इस स्थिति में पास वाले सिरे पर संतुलन द्रव्यमान m_{bn} ($= \alpha\, m_{tn}$) होगा तथा m_{tn} की स्थिति से $\theta\alpha$ कोण पर होगा। इसी प्रकार दूर वाले सिरे पर संतुलक द्रव्यमान $m_{bf} = (\beta . m_{tf})$ होगा तथा m_{tf} की स्थिति से $\theta\beta$ कोण पर होगा। इस प्रकार हमें दो वेक्टर α तथा β के मान ज्ञात करने होंगे।

रोटर के पूर्ण संतुलन के लिए पास वाले सिरे पर m_{bn} तथा m_{bf} का कुल प्रभाव $-N_1$ होना चाहिए तथा दूर वाले सिरे पर $-F_1$ होना चाहिये। अतः समी० (*ii*), (*iii*), (*iv*) तथा (*v*) से,

$$\alpha (N_2 - N_1) + \beta (N_3 - N_1) = - N_1 \quad ...(vii)$$

$$\alpha (F_2 - F_1) + \beta (F_3 - F_1) = - F_1 \quad ...(viii)$$

$$\alpha = \frac{F_1(N_3 - N_1) - N_1(F_3 - F_1)}{(N_2 - N_1)(F_3 - F_1) - (N_3 - N_1)(F_2 - F_1)} \quad ...(ix)$$

$$\beta = \frac{N_1(F_2 - F_1) - F_1(N_2 - N_1)}{(N_2 - N_1)(F_3 - F_1) - (N_3 - N_1)(F_2 - F_1)} \quad ...(x)$$

प्रश्न 6. पश्चाग्र मशीनों या इंजनों में असंतुलन की व्याख्या कीजिये।

उत्तर—एक मशीन या इंजन के पश्चाग्र गति करने वाले अंगों पर किस प्रकार विभिन्न बल कार्य करते हैं। जड़त्व बलों के कारण इंजन की बाड़ी पर लगने वाले सभी बलों का परिणामी असंतुलक बल या कंपन बल कहलाता है। यदि जड़त्व बलों का परिणामी शून्य हो अर्थात् कोई असंतुलित बल नहीं हो तब भी एक असंतुलित बल युग्म या कंपन बल युग्म कार्यरत होगा।

चित्र में प्रदर्शित एक क्षैतिज पश्चाग्र इंजन विन्यास पर विचार करने पर,

माना F_R = पश्चाग्र गति करने वाले अंगों को त्वरित करने के लिए आवश्यक बल

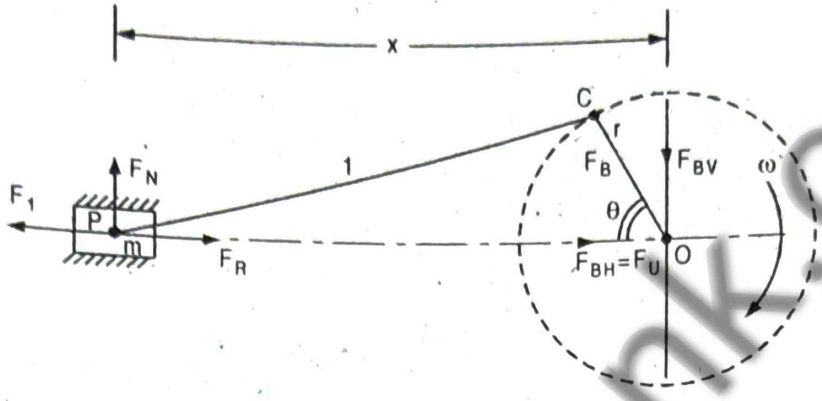
F_I = पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के कारण जड़त्व बल

F_B = मुख्य बेयरिंग या क्रैंक शाफ्ट बेयरिंग पर लगने वाला बल तथा

ITI Question Bank.com

F_N = सिलिण्डर की दीवारों पर लगने वाला बल या क्रॉस हेड गाइड्स के लम्बवत बल।

चित्र के अनुसार F_R तथा F_I परिमाण में बराबर परंतु दिशा में विपरीत होंगे अतः वे एक दूसरे को संतुलित करेंगे। बल F_B का क्षैतिज घटक अर्थात् F_{BH} भी जो पश्चाग्र गति की क्रिया रेखा के अनुदिश है, F_I के बराबर तथा विपरीत होता है। यह बल $F_{BH} = F_U$ ही एक असंतुलित बल या कंपन बल होगा तथा जिसको पूर्ण संतुलित करना आवश्यक है।



चित्र 6.

पुनः सिलेण्डर की दीवारों पर लगने वाला बल (F_N) तथा बल F_B का ऊर्ध्वाधर घटक अर्थात् F_{BV} परस्पर समान तथा विपरीत है। इस प्रकार ये बलयुग्म का निर्माण करते हैं जिसका परिमाण $F_N \times x$ or $F_{BV} \times x$ होगा।

इस प्रकार पश्चाग्र गति करने वाले अंगों का प्रभाव एक असंतुलित बल तथा एक असंतुलित बलयुग्म उत्पन्न करने का है। इस असंतुलित बल का बलयुग्म का मान तथा दिशा इंजन चक्र के दौरान बदलती रहती है। अतः ये बहुत हानिकारक कंपन उत्पन्न करते हैं। इस प्रकार पश्चाग्र द्रव्यमानों के संतुलन का उद्देश्य इन असंतुलित बल तथा बलयुग्मों को समाप्त करने का है। अधिकतर विन्यासों में हम इनका परिमाण, एक उचित संतुलक द्रव्यमान लगाकर कम कर सकते हैं, परंतु उनको पूर्णतः समाप्त करना व्यावहारिक नहीं है। दूसरे शब्दो में, पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमान केवल आंशिक संतुलित होते हैं। क्रैंक-शॉफ्ट के साथ घूमने वाले द्रव्यमान सामान्यतया संतुलित होते हैं अतः ये इंजन की बॉडी पर कोई असंतुलित बल या कंपन बल नहीं लगाते हैं।

प्रश्न 7. संतुलक मशीनों की महत्ता बतायें एवं सरल स्थैतिक संतुलक मशीन के बारे में समझाइये।

[2003, 2014]

उत्तर– संतुलन मशीनों की महत्ता– घुमाव अंगों को डिजाइन करते समय संतुलन के संबंध में कितनी भी सावधानी क्यों न बरती जाये और यह सुनिश्चित कर लिया जाये कि तनिक भी बल अथवा बलघूर्ण बिना संतुलित हुए नहीं बचा है परंतु फिर भी तैयार किये गये अंग प्रत्येक अंग में कुछ न कुछ त्रुटि अवश्य रह जाती है। परिणामतः पूर्णतया संतुलित तैयार अंग नहीं प्राप्त हो पाता इन त्रुटियों के निम्न कारण हो सकते हैं–

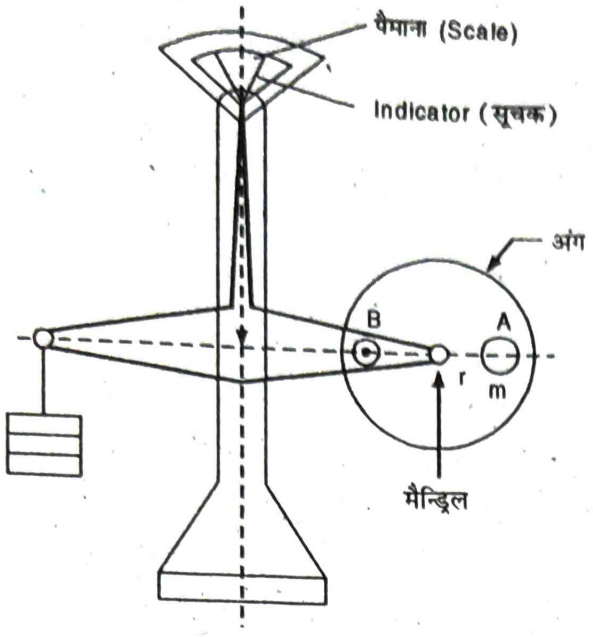
1. अंग के पदार्थ का घनत्व असामान होने के कारण,
2. अंग की ढलाई, मशीनन अथवा अन्य प्रयुक्त निर्माण प्रक्रिया में त्रुटि के कारण।

भले ही उपरोक्त त्रुटि सामान्य गति पर बहुत कम हो, परंतु उच्च गति पर इस त्रुटि का मान अत्यधिक बढ़ जाता है। और हानि की प्रबल संभावना बन जाती है। अतः शेष बची त्रुटियों को मापा जाना अति आवश्यक है जिससे अंग में अधिकतम सीमा तक वांछित सुधार कर लिया जाये।

सरल स्थैतिक संतुलक मशीन– यह मशीन एक तुला अथवा भार मापन मशीन की भाँति तथा रचना में अति सरल है। जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। तुला की दाईं भुजा पर संतुलित किये जाने वाले अंग को एक मैंड्रिल पर चढ़ाकर रखा जाता है। तुला की बायीं भुजा पर आवश्यक बांट लटकाकर तुला की डण्डी को क्षैतिज स्थिति में लाया जाता है। अब मैंड्रिल सहित अंग को, हाथ अथवा विद्युत मोटर के प्रबंध द्वारा धीरे-धीरे घुमाते हैं।

भारी अंगों के लिए विद्युत मोटर प्रबंधक प्रयोग होता है। यदि अंग का संतुलन ठीक नहीं है तो मैंड्रिल घुमाव के साथ धीरे-धीरे तुला की डंडी ऊपर नीचे होती है जबकि अंग संतुलित होने पर तुला की डंडी में कोई गति नहीं होगी।

IP Question Bank.com



चित्र 7.

अब मानना कि अंग का असंतुलन r त्रिज्या पर m द्रव्यमान के तुल्य है। हम जानते हैं कि m अथवा असंतुलन का अधिकतम प्रभाव m की दायीं ओर की क्षैतिज स्थिति A पर होगा और न्यूनतम प्रभाव m की बायीं ओर क्षैतिज स्थिति B पर होगा।

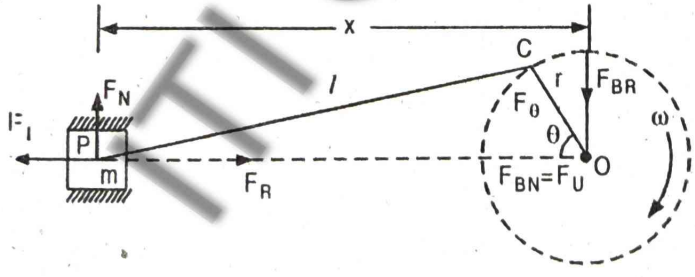
स्थैतिकी असंतुलन को मापने के लिए तुला की डंडी के ऊपर-नीचे दोलन द्वारा एक सूचक P को किसी अंशांकित पैमाने पर दोलन कराने का प्रबंध किया जाता है। पैमाने का अंशांकन किन्हीं सुविधाजनक इकाइयों पर पहले से ही कर लिया जाता है। यह मशीन अधिक सुग्राही नहीं है।

प्रश्न 8. पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमानों के प्राथमिक एवं द्वितीयक असंतुलित बल की व्याख्या कीजिये।

उत्तर– माना m = पश्चाग्र गति करने वाले अंगो का द्रव्यमान

l = संयोजक दंड की लंबाई (PC)

r = क्रैंक की त्रिज्या (OC)



चित्र 8.

θ = क्रैंक का स्ट्रोक रेखा PO से बनाया गया कोण,

ω = क्रैंक की कोणीय गति

n = संयोजक दंड की लंबाई का क्रैंक त्रिज्या से अनुपात

$$= \frac{l}{r}$$

हम जानते हैं कि पश्चाग्र अंगों का त्वरण निम्न संबंध द्वारा व्यक्त किया जा सकता है–

$$a_R = \omega^2 r\left[\cos\theta + \frac{\cos\theta}{n}\right] \text{ लगभग}$$

पश्चाग्र अंगों के कारण लगने वाला जड़त्व बल या पश्चाग्र गति करने वाले अंगों को त्वरित करने के लिए आवश्यक बल $F_I = F_R$ = द्रव्यमान × त्वरण

$$\therefore \quad F_I = F_R = m\omega^2 r\left[\cos\theta + \frac{\cos 2\theta}{n}\right]$$

माना कि शॉफ्ट बेयरिंग पर लगने वाले बल का क्षैतिज घटक (F_{BH}) जड़त्व बल (F_I) के समान तथा विपरीत होगा। यह एक असंतुलित बल होगा और F_u से प्रदर्शित होगा।

∴ असंतुलित बल,

$$F_u = m\omega^2 r\left[\cos\theta + \frac{\cos 2\theta}{n}\right]$$

$$= m\omega^2 r.\cos\theta + m\omega^2 r\frac{\cos\theta}{n}$$

यहाँ व्यंजक $m\omega^2 \cdot r\cos\theta$ = प्राथमिक असंतुलित बल (F_P), तथा

$m\omega^2 r \times \frac{\cos\theta}{n}$ = द्वितीयक असंतुलित बल (F_S) होगा।

उपरोक्त संबंधों से स्पष्ट है कि द्वितीयक असंतुलित बल (F_S) का मान प्राथमिक असंतुलित बल (F_P) से कम होगा। कम गतियों पर तो (F_S) का मान (F_P) की तुलना में प्राय: नगण्य होता है।

उपरोक्त संबंधों से यह भी स्पष्ट है कि जब $\theta = 0°$ या 180° होगा तब प्राथमिक असंतुलित बल अधिकतम होगा। अत: क्रैंक के एक चक्र में प्राथमिक बल का मान दो बार अधिकतम होगा। इसी प्रकार जब $\theta = 0°, 90°, 180°$ तथा 360° होगा तो द्वितीयक असंतुलित बल अधिकतम होगा। इस प्रकार क्रैंक के एक चक्कर में चार बार अधिकतम होगा।

ITI Question Bank.com

उपरोक्त संबंधों से यह भी स्पष्ट है कि पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमानों के कारण असंतुलित बल परिमाण में बदलते रहते हैं परन्तु उनकी दिशा नियत रहती है जबकि घूमते हुए द्रव्यमानों के कारण असंतुलित बल नियत रहता है परंतु उसकी दिशा बदलती रहती है।

प्रश्न 9. बाह्य सिलिण्डर वाले लोकोमोटिव इंजन के प्रत्यागामी द्रव्यमानों के आंशिक संतुलन की व्याख्या कीजिये। [2013,2011]

उत्तर– चित्र 9 में प्रदर्शित एक द्रव्यमान m, r त्रिज्या पर दक्षिणावर्त दिशा में घूम रहा है। जिसके कारण एक अपकेंद्री बल $(m\omega^2.r)$ त्रैज्यिक बाहर की ओर (Radially Outward) कार्य करेगा। इस बल को क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर दिशा में वियोजित करने पर इस बल का क्षैतिज घटक $m\omega^2.r\cos\theta$ एक प्राथमिक असंतुलित बल की तरह कार्य करेगा। यह बल स्ट्रोक रेखा OP के अनुदिश कार्य करेगा। अत: प्राथमिक असंतुलित बल के संतुलन के लिए घूमते हुए द्रव्यमान m का संतुलन आवश्यक है। माना यह क्रैंक पिन C के ठीक विपरीत दिशा में b दूरी पर द्रव्यमान B द्वारा संतुलित होगा। अत: द्रव्यमान B के कारण अपकेंद्री बल,

$$= B.\omega^2.b$$

इस बल का क्षैतिज घटक, जो प्राथमिक असंतुलित बल की विपरीत दिशा में होगा

$$= B.\omega^2.b.\cos\theta$$

प्राथमिक असंतुलित बल संतुलित होगा यदि

$$B.\omega^2.b.\cos\theta = m.\omega^2.r.\cos\theta$$

या $\quad B.b = m.r$

घूमते हुए द्रव्यमान B के कारण उत्पन्न अपकेंद्री बल का ऊर्ध्वाधर घटक $B.\omega^2.b.\sin\theta$ होगा, जो अभी भी असंतुलित है। जब $\theta = 90°$ अथवा $270°$ होगा तब इस असंतुलित बल का मान अधिकतम अर्थात् $B.\omega^2.b$ होगा। यह मान प्राथमिक बल $m.\omega^2.r$ के अधिकतम मान के बराबर तथा दिशा में विपरीत होगा।

इस प्रकार हम देखते हैं कि प्रथम दशा में प्राथमिक असंतुलित बल स्ट्रोक रेखा के अनुदिश कार्य करता है जबकि नई स्थिति में असंतुलित बल, स्ट्रोक के लम्बवत् कार्य करता है। इस प्रकार इस विधि से संतुलित करने में केवल असंतुलित बल की दिशा ही बदलती है, अधिकतम मान समान रहता है। यदि यह माना जाये की पश्चाग्र द्रव्यमानों का एक अंश (Fraction) x ही संतुलित हो पाता है तो

$$x.mr = B.b$$

$\therefore$ स्ट्रोक रेखा के अनुदिश असंतुलित बल

$$= m\omega^2.r\cos\theta = B.\omega^2.b\cos\theta$$

$$= m.\omega^2.r\cos\theta = x.m.\omega^2.r\cos\theta$$

$$(\because B.b = xm.r)$$

$$= (1-x)\, m\omega^2.r\cos\theta$$

स्ट्रोक रेखा के लम्बवत् असंतुलित बल,

$$= B.\omega^2.b\sin\theta = x.m\omega^2.r\sin\theta$$

$\therefore$ परिणामी असंतुलित बल,

$$= \sqrt{[(1-x).m\omega^2 r\cos\theta]^2 + [x.m\omega^2 r\sin\theta]^2}$$

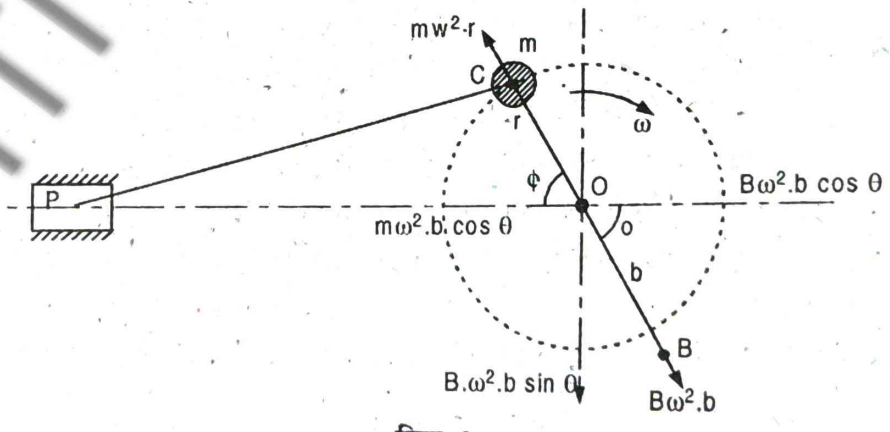
$$= m.\omega^2 r\sqrt{[(1-x)^2.\cos^2\theta + c^2\sin^2\theta}$$

यदि घूमते हुए द्रव्यमानों (Revolving Masses) तथा पश्चाग्र द्रव्यमानों (Reciprocating Masses) को एक साथ संतुलित करना हो तब,

$$B.b = m_1.r + x\, m.r = (m_1 + xm).r$$

जहाँ m_1 = घूमते हुए द्रव्यमानों का परिमाण, तथा

m = पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमानों का परिमाण।



चित्र 9.

ITIQuestionBank.com

प्रश्न 10. बहु सिलेण्डर इन लाइन इंजनों में प्राथमिक बलों के संतुलन की व्याख्या कीजिये। [2011, 2013]

उत्तर– "वे बहु सिलेण्डर इंजन जिनके सिलेण्डरों की केंद्र रेखा, क्रैंक शाफ्ट की केंद्र रेखा के ही समतल में तथा उसी साइड में होती है, इन लाइन इंजन कहलाते हैं।" एक बहु सिलेण्डर इंजन के पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के प्राथमिक संतुलन के लिए दो संबंध अवश्य संतुष्ट होने चाहिए–

1. प्राथमिक बलों का बीजगणितीय योग शून्य होना चाहिए। दूसरे शब्दों में प्राथमिक बलों से बनने वाला बहुभुज बंद (Close Polygon) होना चाहिए तथा
2. प्राथमिक बलों के समतल में किसी बिंदु पर बलयुग्मों का बीजगणितीय योग शून्य होना चाहिए।

पूर्व अनुच्छेदों में हमने अध्ययन किया है कि पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमानों के कारण प्राथमिक असंतुलित बल, क्रैंक पिन पर घूम रहे समान द्रव्यमान के कारण उत्पन्न बल के स्ट्रोक रेखा के समांतर घटक के समान होगा। इस प्रकार एक बहु-सिलेण्डर इंजन के पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के प्राथमिक संतुलन के लिए यह सुविधाजनक रहेगा। कि पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमानों को उनके क्रैंक पिनों पर स्थानान्तरित (Transferred) माना जाये और उसे एक घूमते हुए द्रव्यमान के संतुलन की भांति हल किया जाये।

एक दो सिलेण्डर इंजन के लिए, जिसकी दोनों क्रैंक 180° पर है, प्रतिबंध (1) संतुष्ट होना चाहिए परंतु इससे एक असंतुलित बलयुग्म उत्पन्न होगा। अत: इस दशा में प्राथमिक संतुलन की उपरोक्त विधि लागू नहीं की जा सकती।

एक तीन-सिलेण्डर इंजन के लिए, जिसकी तीनों क्रैंक 120° पर है तथा प्रत्येक सिलेण्डर पर पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमान समान हैं तो वे बल एक समबाहु त्रिभुज (Equilateral Triangle) की भुजाओं द्वारा निरूपित किये जा सकते हैं। जिससे प्रतिबंध-1 संतुष्ट हो जायेगा। परंतु एक सिलेण्डर की केंद्र रेखा से गुजरने वाले तल को निर्देश तल मानने पर असमांतर आगे वाले दो बलयुग्म अवशेष रह जायेंगे जिन्हें वेक्टर विधि द्वारा पूर्णत: समाप्त नहीं किया जा सकता है। अत: इस स्थिति में भी उपरोक्त विधि असफल होगी।

एक चार सिलेण्डर इंजन के लिए उपरोक्त विधि द्वारा पूर्ण संतुलन प्राप्त किया जा सकता है।

इस प्रकार बहु-सिलेण्डर इंजनों के लिए, उचित क्रैंक कोणों पर क्रैंकों को व्यवस्थित करके प्राथमिक बलों का पूर्ण संतुलन प्राप्त किया जा सकता है। परंतु इसके लिए यह आवश्यक है कि क्रैंकों की संख्या चार से कम न हो।

प्रश्न 11. बहु सिलेण्डर इन लाइन इंजनों में द्वितीयक बलों के संतुलन की व्याख्या कीजिये।

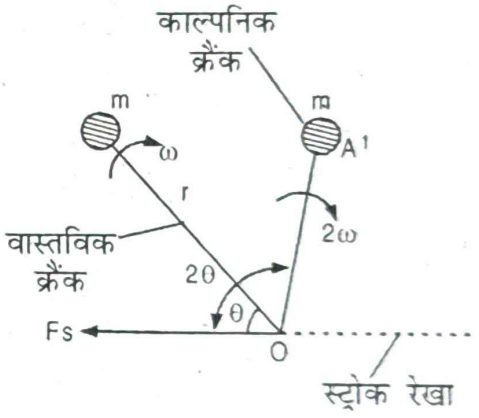
उत्तर– जब संयोजक दण्ड की लंबाई बहुत अधिक न हो तब पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमानों के कारण द्वितीयक विघ्नकारी बल उत्पन्न होंगे। हम जानते हैं कि द्वितीयक बल

$$F_S = mr\omega^2 \times \frac{\cos 2\theta}{n}$$

इस व्यंजक को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है।

$$F_S = m(2\omega)^2 \times \frac{r}{4n} \times \cos 2\theta$$

प्राथमिक बलों की भांति द्वितीयक बलों को भी उस अपकेंद्री बल के, स्ट्रोक रेखा के समांतर, घटक के समतुल्य माना जा सकता है जो अपकेंद्री बल वास्तविक क्रैंक की गति से दुगुनी गति पर घूम रहे तथा $\frac{r}{4n}$ लंबाई की एक काल्पनिक क्रैंक पर रखे एक समान द्रव्यमान द्वारा उत्पन्न होता है। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



चित्र 10.

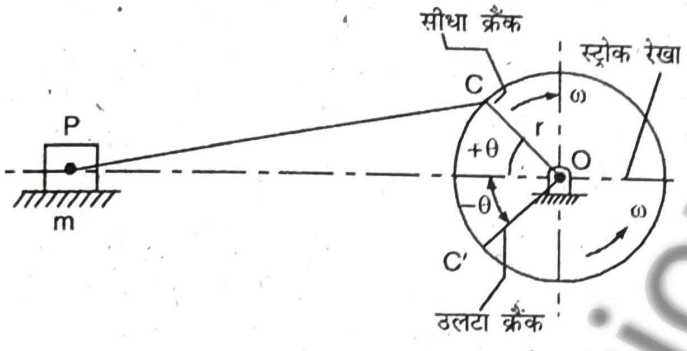
इस प्रकार बहु सिलेण्डर इन लाइन इंजन में प्रत्येक काल्पनिक द्वितीयक क्रैंक, जिसके क्रैंक पिन पर एक द्रव्यमान जुड़ा होगा, स्ट्रोक रेखा के वास्तविक क्रैंक द्वारा बनाये गये कोण से दुगुने कोण पर झुका होगा। इस प्रकार द्वितीयक बलों तथा बलयुग्मों के मान, घूमता हुआ द्रव्यमान मानकर प्राप्त किये जा सकते हैं। यह प्राथमिक बलों की भांति ही प्राप्त किया जा सकता है। एक इंजन के संपूर्ण द्वितीयक संतुलक के लिए निम्न दो प्रतिबंध अवश्य संतुलित होने चाहिए–

ITI Question Bank.com

1. द्वितीयक बलों का बीजगणितीय योग शून्य होना चाहिए। दूसरे शब्दों में द्वितीयक बल बहुभुज बंद (Close) होना चाहिए, तथा
2. द्वितीयक बलों के समतल में किसी बिंदु पर बलयुग्मों का बीजगणितीय योग शून्य होना चाहिए। दूसरे शब्दों में द्वितीयक बलयुग्म-बहुभुज बंद होना चाहिए।

प्रश्न 12. रेडियल इंजनों के संतुलन पर टिप्पणी लिखिये।
(2009, 2014)

उत्तर– रेडियल इंजन का संतुलन (Balancing of Radial Engine)– रेडियल अथवा *V* इंजनों के संतुलन में किसी प्राथमिक एवं द्वितीयक बल को ज्ञात करने के लिए सीधे तथा उल्टे क्रैंक विधि का प्रयोग किया जाता है। जिसके अंतर्गत संयोजक दण्ड सीधे ही एक उभयनिष्ठ क्रैंक से जुड़ी रहती है। क्योंकि रेडियल अथवा *V* इंजनों में विभिन्न क्रैंकों का घूर्णन तल समान होता है अत: इनमें कोई असंतुलित अथवा द्वितीयक बलयुग्म नहीं होता है।



चित्र 11.

अब हम चित्र में प्रदर्शित एक पश्चाग्र इंजन यंत्रावली पर विचार करते हैं। माना क्रैंक *OC*, जिसे सीधा क्रैंक भी कहते हैं, एक समान कोणीय गति ω rad/sec से दक्षिणावर्त (Clock Wise) दिशा में घूम रहा है। माना किसी क्षण क्रैंक *OC*, स्ट्रोक रेखा *OP* से θ के कोण पर है। यदि स्ट्रोक-रेखा *OP* पर एक दर्पण पट्टी रखी जाये तो एक उलटा क्रैंक *OC*, जो क्रैंक *OC* का प्रतिबिम्ब होगा, चित्र के अनुसार दिखाई देगा। यदि क्रैंक *OC* दक्षिणावर्त घूम रही है तो क्रैंक का प्रतिबिम्ब *OC'* वामावर्त दिशा में घूमता हुआ प्रतीत होगा। अब इस बिंदु *P* पर रखे पश्चाग्र गति करने वाले द्रव्यमान (*m*) के कारण उत्पन्न प्राथमिक तथा द्वितीयक बलों पर विचार करते हैं।

प्रश्न 13. रेडियल इंजनों के प्राथमिक एवं द्वितीयक बलों के संतुलन की व्याख्या कीजिये।

उत्तर– प्राथमिक बलों का संतुलन–

प्राथमिक बल– हम जानते हैं कि प्राथमिक बलों का मान $m\omega^2.r\cos\theta$ होता है जो क्रैंक पिन *C* पर रखे द्रव्यमान *m* के कारण उत्पन्न अपकेंद्री बल का स्ट्रोक रेखा के अनुदिश घटक होता है। अब माना पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के द्रव्यमान *'m'* को दो बराबर भागों, प्रत्येक $\frac{m}{2}$ में वियोजित किया जाता है। अब प्रत्येक भाग $\frac{m}{2}$ को बिंदु *C* तथा *C'* पर चित्रानुसार (*ii*) मानते हैं।

अब प्राथमिक सीधे तथा उलट क्रैंक पर उत्पन्न अपकेंद्री बल

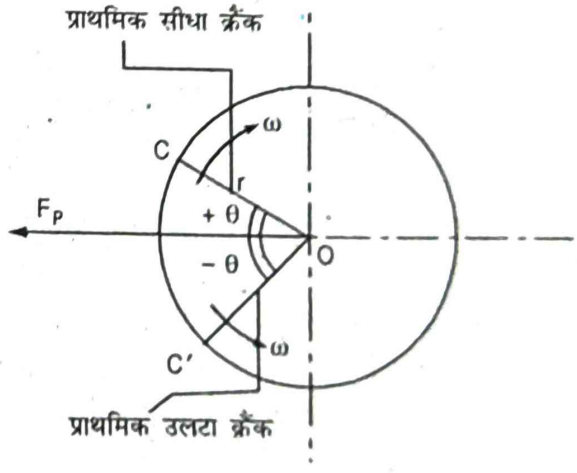
$$= \frac{m}{2} \times \omega^2 .r$$

प्राथमिक सीधे क्रैंक पर उत्पन्न अपकेंद्री बल के कारण बिंदु *O* से *P* की ओर बल

$$= \frac{m}{2} \cdot \omega^2 .r.\cos\theta$$

प्राथमिक उलटा क्रैंक पर उत्पन्न अपकेंद्री बल के कारण बिंदु *O* से *P* की ओर बल

$$= \frac{m}{2} .\omega^2 .r.\cos\theta$$



चित्र 12 (अ).

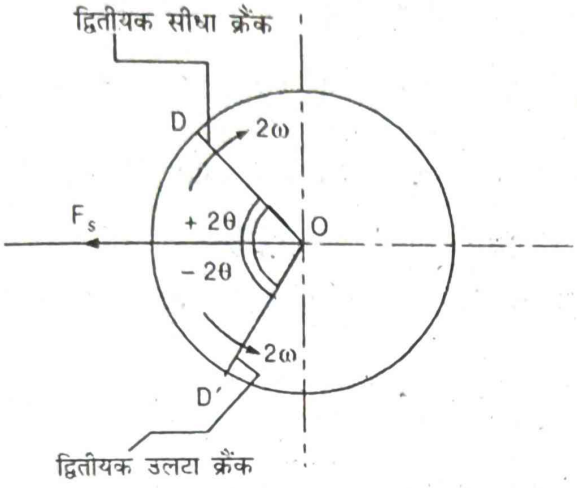
अत: स्ट्रोक रेखा के अनुदिश अपकेंद्री बल के कुल घटक

$$= 2 \times \frac{m}{2} \times \omega^2 .r.\cos\theta$$

$= m\omega_2.r.\cos\theta$ प्राथमिक बल F_P

ITQuestionBank.com

अत: बिंदु P पर रखे पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के द्रव्यमान m के प्राथमिक प्रभाव को C तथा C' पर रखे दो $\frac{m}{2}$ मान के द्रव्यमानों द्वारा प्रतिस्थापित किया जा सकता है।



चित्र 12 (ब).

प्राथमिक सीधे तथा उलटा क्रैंक पर उत्पन्न अपकेंद्री बल के स्ट्रोक रेखा के लम्बवत् $\frac{m}{2}\omega^2.r\sin\theta$ मान में बराबर परंतु दिशा में विपरीत होते हैं।

(b) द्वितीयक बल– हम जानते हैं कि द्वितीयक बल

$$= m(2\omega)^2.\frac{r}{4n}\times\cos 2\theta$$

$$= m.\omega^2 r.\frac{\cos 2\theta}{n}$$

प्राथमिक बल की भांति द्वितीयक बल के प्रभाव को भी बिंदु D तथा D' पर रखे दो द्रव्यमानों (प्रत्येक $m/2$) द्वारा ज्ञात किया जा सकता है जबकि $OD = OD' = r/4n$.

क्रैंक OD को द्वितीयक सीधा क्रैंक कहते हैं जो दक्षिणावर्त दिशा में 2ω rad/sec की गति से घूम रही है। जबकि क्रैंक OD' को द्वितीयक उलट क्रैंक कहते हैं जो वामावर्त दिशा में 2ω rad/sec की गति से घूम रही है। जैसाकि चित्र (ब) में दिखाया गया है।

द्वितीयक बलों का संतुलन– हम जानते हैं कि द्वितीयक बल

$$= m(2\omega)^2.\frac{r}{4n}\times\cos 2\theta$$

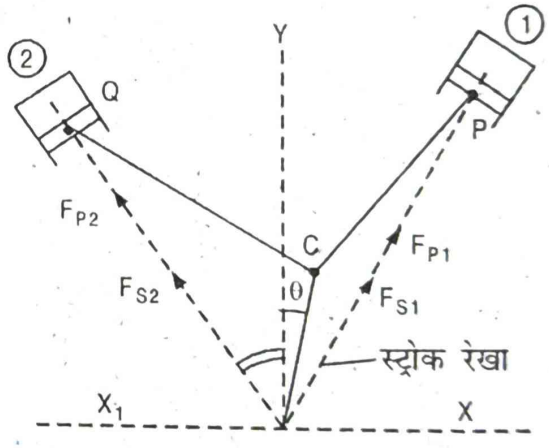
$$= mr\omega^2.\frac{\cos 2\theta}{n}$$

प्राथमिक बल की भांति द्वितीयक बल के प्रभाव को भी बिंदु D तथा D' पर रखे दो द्रव्यमानों (प्रत्येक $m/2$) द्वारा ज्ञात किया जा सकता है जबकि $OD = OD' = r/4n$.

क्रैंक OD को द्वितीयक सीधा क्रैंक कहते हैं जो दक्षिणावर्त दिशा में 2ω rad/sec की गति से घूम रही है। जबकि क्रैंक OD' को द्वितीयक उलट क्रैंक कहते हैं। जो वामावर्त दिशा में 2ω rad/ sec की गति से घूम रही है। जैसाकि चित्र (ब) में दिखाया गया है।

प्रश्न 14. V इंजनों के संतुलन का विस्तार से वर्णन कीजिये। (2012)

उत्तर– *V* इंजनों का संतुलन (Balancing of *V* Engine)– चित्र में प्रदर्शित एक सममित दो सिलेण्डर V इंजन पर विचार करते हैं। चित्रानुसार दो संयोजक दण्ड PC तथा QC एक उभयनिष्ठ क्रैंक OC को चलाती है। स्ट्रोक रेखा OP तथा OR ऊर्ध्वाधर रेखा OY से α कोण पर झुकी है जिसको चित्र में दिखाया गया है।



चित्र 13.

माना m = संयोजक दण्ड की लंबाई

l = संयोजक दण्ड की लंबाई

r = क्रैंक की त्रिज्या

h = संयोजक दण्ड की लंबाई का क्रैंक त्रिज्या से अनुपात

$$= \frac{l}{r}$$

θ = किसी क्षण क्रैंक का ऊर्ध्वाधर से झुकाव

ω = क्रैंक का कोणीय वेग

ITI Question Bank.com

हम जानते हैं कि सिलेण्डर (1) में पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के कारण स्ट्रोक रेखा के अनुदिश जड़त्व बल

$$= mr\omega^2\left[\cos(\alpha-\theta)+\frac{\cos 2(\alpha-\theta)}{n}\right]$$

इसी प्रकार सिलेण्डर (2) में पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के कारण स्ट्रोक रेखा के अनुदिश जड़त्व बल

$$= mr\omega^2\left[\cos(\alpha+\theta)+\frac{\cos 2(\alpha+\theta)}{n}\right]$$

V इंजनों का संतुलन केवल प्राथमिक एवं द्वितीयक बलों के लिए किया जाता है, क्योंकि क्रैंक का घूर्णन तल समान रहता है अत: कोई असंतुलित प्राथमिक तथा द्वितीयक बलयुग्म कार्य नहीं करता है।

प्रश्न 15. इंजन संतुलन की लेनचेस्टर तकनीक का विस्तार में वर्णन कीजिये। (2012)

उत्तर– हम जानते हैं कि एक सिंगल-सिलेण्डर इंजन में क्रैंक पर रखे काउन्टर द्रव्यमान द्वारा संतुलन की अवस्था को और अच्छा बनाया जा सकता है। एक निश्चित कोटि के जड़त्व बलों को समाप्त करने के लिए आवश्यक क्रियाशील संतुलन की और विधि उत्केंद्रित द्रव्यमानों को घुमाकर भी प्राप्त की जा सकती है।

Example– एक सिंगल सिलेण्डर इंजन के प्रथम श्रेणी के जड़त्व बलों को संतुलित करने के लिए सर्वप्रथम हम $Q = O$ करेंगे। इसके लिए हम क्रैंक वेब पर काउन्टर द्रव्यमान रखते हैं। तब केवल प्रथम श्रेणी अनुदैर्ध्य बल अर्थात्

$$F_x' = Q\left(\omega^2\cos\theta+\frac{d\omega}{dt}.\sin\theta\right) \quad ...(i)$$

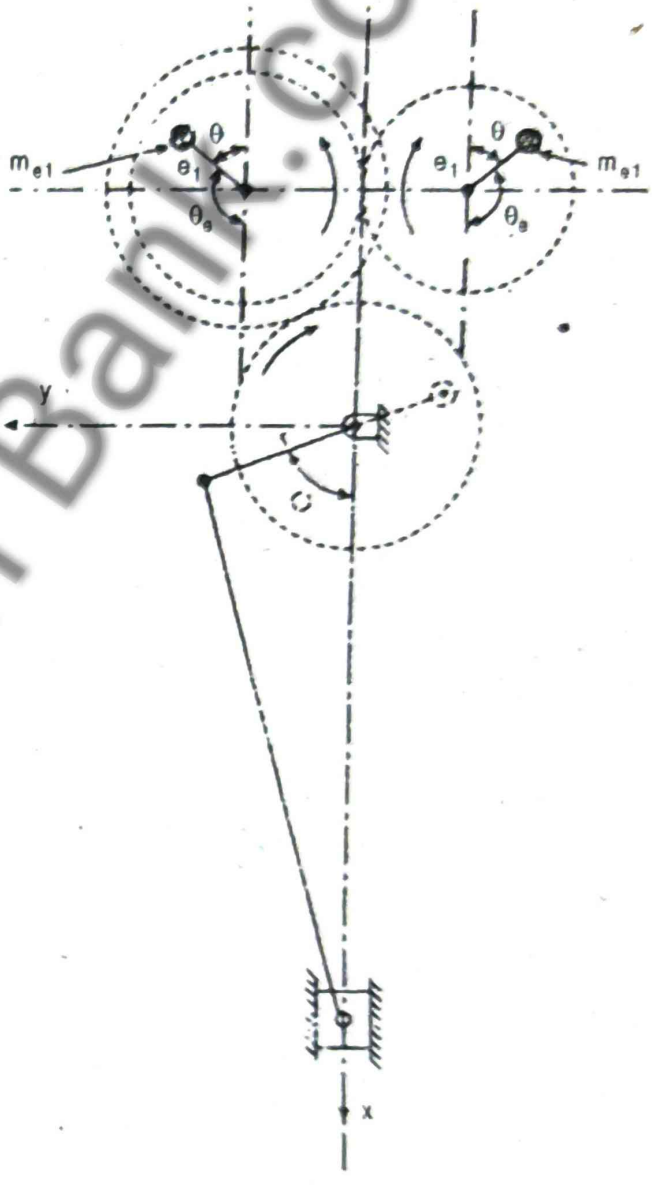
[यहाँ Q तथा Q' विन्यास के न्यून प्रथम घूर्णन है।] ही संतुलन के लिए शेष रहेगा। इसके संतुलन के लिए दो उत्केंद्रित द्रव्यमान me_1 को क्रैंक की गति के समान परंतु विपरीत दिशा में घुमाते हैं। यहाँ यह बात ध्यान देने योग्य है कि उत्केंद्रित द्रव्यमानों का कोणीय त्वरण क्रैंक के समानुपाती होगा और गति अनुपात पर निर्भर करेगा। सममिती के कारण घटक दोनों उत्केंद्रित द्रव्यमानों के जड़त्व बलों के y-अक्ष के अनुदिश घटकों का बीजीय योग शून्य होगा तथा x-अक्ष के अनुदिश घटकों का योग

$$F_x^{e_1} = 2m_{e1}e_1\left(\omega^2\cos\theta+\frac{d\omega}{dt}.\sin\theta\right) \quad ...(ii)$$

जहाँ θ क्रैंक कोण तथा e_1 उत्केंद्रता है। समीकरणों (1) व (*ii*) से स्पष्ट है कि ये उत्केंद्रिता द्रव्यमान प्रथम श्रेणी के बलों को पूर्णत: संतुलित करते हैं। यदि

$$Q = 2me_1.e_1$$

$$\text{या } me_1.e_1 = \frac{r}{2}\left[m_{re}+\frac{S_2}{nL}m_{er}\right] = \frac{r}{2}m_{rec}$$



चित्र 14.

जहाँ m_{cr} = संयोजक दण्ड का द्रव्यमान

m_{re} = पश्चाग्र अंगों का द्रव्यमान

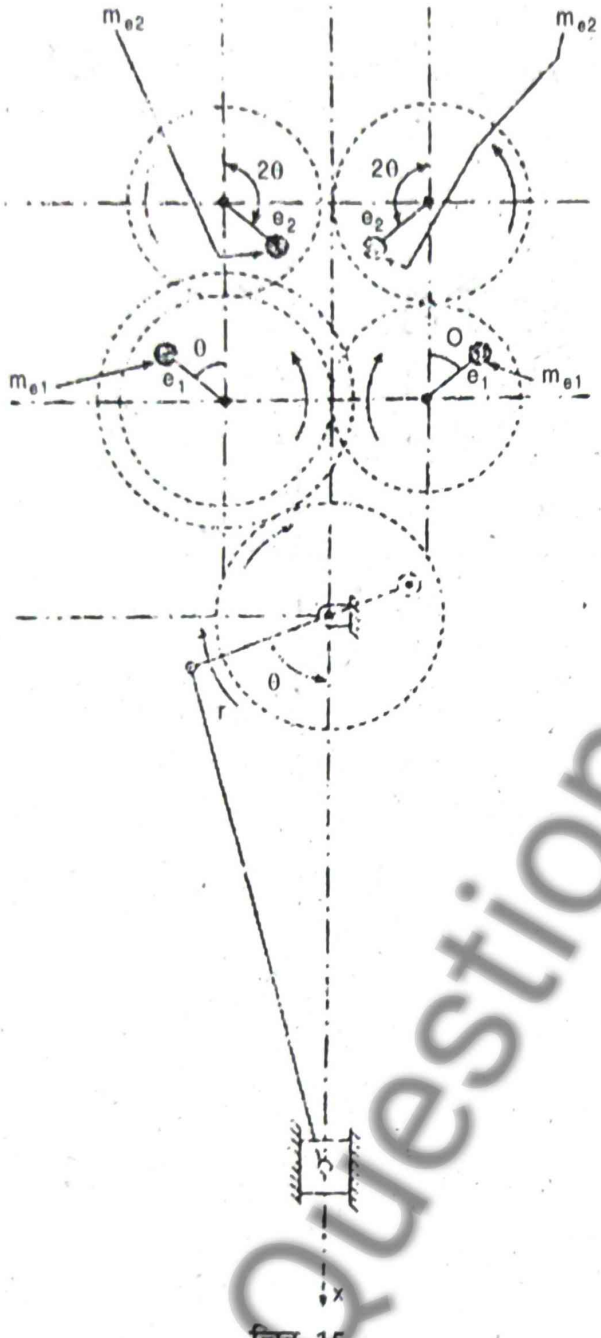
चित्र से यह भी स्पष्ट है कि जब $\theta = O$ होगा तब दोनों उत्केंद्रित द्रव्यमान x-अक्ष से $\theta_{eo} = 180°$ के कोण पर होंगे।

इसी प्रकार द्वितीयक बलों के संतुलन के लिए दो और अधिक, घूमते हुए द्रव्यमानों की आवश्यकता होती है। ये

ITI Question Bank.com

दोनों द्रव्यमान 2ω गति से परंतु एक दूसरे की विपरीत दिशा में घूमते हैं। x अक्ष के अनुदिश इन बलों का जड़त्व बल

$$F_x^{e_2} = 2(2)^2 me_2.e_2\left(\omega^2.\cos 2\theta + \frac{1}{2}\frac{d\omega}{dt}.\sin 2\theta\right)$$



चित्र 15.

जहाँ e_2 = उत्केंद्रता है अर्थात् यदि

$\theta\, me_2.e_2 = A_2.Q$

या $m_{e2}.e_2 = \dfrac{A_2.r}{\theta}.m_{rec}$ ...(*iii*)

जहाँ $\left[A_2 = \lambda + \dfrac{\lambda^3}{4} + \dfrac{15\lambda^5}{128} = \lambda\right.$ (उच्च पदों को छोड़ने पर) $\left. = \dfrac{r}{l} < 1\right]$ होगा तब द्वितीयक श्रेणी के बल पूर्णतः संतुलित होंगे। इस प्रकार चित्र में दिखाई गई व्यवस्था प्राथमिक तथा द्वितीयक दोनों प्रकार के बलों को संतुलित करेगी।

प्रश्न 16. एक एकल सिलेण्डर इंजन की स्ट्रोक लंबाई 180 mm है तथा यह 250 rpm पर गति करता है। पश्चाग्र गति करने वाले अंगों का द्रव्यमान 120 kg तथा घूमने वाले अंगों का द्रव्यमान 70 kg है तथा ये 90 mm की त्रिज्या में घूमते हैं। समस्त घूमने वाले द्रव्यमानों तथा पश्चाग्र गति करने वाले अंगों के दो-तिहाई द्रव्यमान को संतुलित करने के लिए क्रैंक के विपरीत एक द्रव्यमान 150 mm की त्रिज्या पर लगाया गया है। संतुलक द्रव्यमान का परिमाण तथा परिणामी अवशेष असंतुलित बल का परिमाण ज्ञात करो। जब क्रैंक, अंतः डैड सैन्टर से 30° के कोण पर है।

उत्तर– दिया है– $L = 180$ mm, $N = 250$ rpm या $\omega = 2 \times \pi \dfrac{250}{60} = 26.16$ rad/sec, $m = 120$ kg, $m_1 = 70$ kg, $r = 90$ mm $= 0.09$ m, $x = 2/3$

(*i*) माना, B = आवश्यक संतुलक द्रव्यमान और

b = संतुलक द्रव्यमान की घूर्णन त्रिज्या

$= 150$ mm $= 0.15$ m

हम जानते हैं कि

$$B.b = (m_1 + xm).r$$

$$B \times 0.15 = \left(70 + \frac{2}{3} \times 120\right) \times 0.09$$

अतः $B = 90$ kg

(*ii*) परिणामी अवशेष असंतुलित बल– मान θ = अंत हैड सैंटर से क्रैंक का कोण $= 30°$

∴ परिणामी असंतुलित बल

$$= m\omega^2.r\sqrt{(1-C)^2\cos^2\theta + x^2\sin^2\theta}$$

$$= 120 \cdot (26 \times 16)^2 \times 0.09$$

$$\sqrt{\left(1-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \cos^2 30° + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \sin^2 30°}$$

$$= 7390.932\sqrt{0.0833 + 0.1111}$$

$$= 7390.932 \times 0.44$$

$$= 3258.81\ N = 3.258\ \text{kN}$$

ITI Question Bank.com